ébauche

2015 Août

ébauche

Mathématiques 7^{e} année

Immersion

PROGRAMME D'ÉTUDES

NOVA SCOTIA
NOUVELLE-ÉCOSSE

Mathématiques 7e année
Immersion

Version provisoire
Août 2015

Références à des sites Web
Les références à des sites Web figurant dans le présent document ne sont fournies que pour faciliter le travail et ne signifient pas que le ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance a approuvé le contenu, les politiques ou les produits des sites Web en question. Le ministère ne contrôle ni les sites Web auxquels il est fait référence ni les sites mentionnés à leur tour sur ces sites Web. Il n'est responsable ni de l'exactitude des informations figurant sur ces sites, ni de leur caractère légal, ni de leur contenu. Le contenu des sites Web auxquels il est fait référence peut changer à tout moment sans préavis.

Les conseils scolaires et les éducateurs ont pour obligation, en vertu de la politique des programmes des écoles publiques du ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance en matière d'accès à Internet et d'utilisation du réseau, de faire un examen et une évaluation préalables des sites Web avant d'en recommander l'utilisation auprès des élèves. Si vous trouvez une référence qui n'est pas à jour ou qui concerne un site dont le contenu n'est pas approprié, veuillez en faire part au ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance à l'adresse ‹links@ednet.ns.ca›.

Mathématiques 6e année Immersion – Version provisoire

Données pour le catalogage

Remerciements

Le ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance tient à remercier les organismes suivants de lui avoir accordé l'autorisation d'adapter leur programme d'études de mathématiques pour l'élaboration du présent guide :

- Ministère de l'Éducation du Manitoba
- Ministère de l'Éducation du Nouveau-Brunswick
- Ministère de l'Éducation de Terre-Neuve-et-Labrador
- Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens (PONC) pour la collaboration en éducation

Nous sommes également reconnaissants aux individus suivants de leur contribution à l'élaboration du programme d'études de mathématiques de 6e année pour la Nouvelle-Écosse :

Daryll Breen
Strait Regional School Board

Bob Crane
Mi'kmaw Kina'matnewey

Paul Dennis
Chignecto Central Regional School Board

Darlene MacKeen Hudson
Chignecto-Central Regional School Board

Trisha Demone
South Shore Regional School Board

Mark MacLeod
South Shore Regional School Board

Sonya O'Sullivan
Halifax Regional School Board

Brad Pemberton
Annapolis Valley Regional School Board

Fred Sullivan
Strait Regional School Board

Marlene Urquhart
Cape Breton-Victoria Regional School Board

Tom Willis
Tri-County Regional School Board

Table des matières

Introduction

Contexte et raison d’être

Le programme d’études de mathématiques s’inspire d’une vision dans laquelle on favorise le développement des connaissances de base des élèves en mathématiques en leur permettant de prolonger et de mettre en application ce qu’ils ont appris et d’apporter leur propre contribution à la vie en société. Il est essentiel que le programme d’études de mathématiques corresponde aux résultats des toutes dernières recherches sur l’enseignement des mathématiques. C’est pourquoi nous avons adopté le cadre commun pour le programme d’études en mathématiques de la maternelle à la 9^{e} année du Protocole de l’Ouest et du Nord canadiens (PONC), paru en 2006. Ce document constitue la base du nouveau programme d’études de mathématiques en Nouvelle-Écosse.

Il s’agit d’un cadre commun qui a été élaboré par sept ministères de l’Éducation (Alberta, Colombie-Britannique, Manitoba, Territoires du Nord-Ouest, Nunavut, Saskatchewan et Yukon) en collaboration avec des enseignants, des administrateurs, des parents, des représentants du monde des affaires, des éducateurs du postsecondaire et d’autres intervenants. Ce cadre présente des convictions bien particulières concernant les mathématiques, des résultats d’apprentissage généraux et spécifiques pour les élèves et des indicateurs de rendement sur lesquels se sont mises d’accord les sept instances concernées. Les résultats d’apprentissage et les indicateurs ont été adaptés pour la Nouvelle-Écosse. Le présent document se fonde sur des travaux de recherche nationaux et internationaux effectués par le PONC et par le NCTM (National Council of Teachers of Mathematics – conseil national des enseignants de mathématiques des États-Unis).

Dans le programme d’études de la Nouvelle-Écosse, on met l’accent sur un certain nombre de concepts clés à chaque niveau de scolarisation, dans l’optique de susciter une compréhension plus approfondie et de déboucher, à terme, sur de meilleurs résultats pour les élèves. On met également davantage l’accent sur le sens du nombre et sur les concepts relatifs aux opérations lors des premiers niveaux de scolarisation, afin de s’assurer que les élèves disposent de bases solides en mathématiques.

Fonction

Ce document fournit un ensemble de résultats d’apprentissage et d’indicateurs de rendement qui devront être utilisés comme base commune obligatoire pour la définition des attentes du programme d’études de mathématiques. Cette base commune devrait permettre de produire des résultats cohérents chez les élèves en mathématiques en Nouvelle-Écosse. Elle devrait également faciliter la transition pour les élèves qui changent d’établissement dans la province ou qui viennent d’une autre instance ayant adopté le même cadre commun du PONC. Le présent document a pour but de communiquer clairement à l’ensemble des partenaires du système éducatif dans la province les attentes élevées qu’on a pour les élèves dans leur apprentissage des mathématiques.

Conception et volets du programme

Évaluation

Il est essentiel d'effectuer régulièrement une évaluation au service de l'apprentissage afin de garantir l'efficacité de l'enseignement et de l'apprentissage. Les recherches montrent que les techniques d'évaluation au service de l'apprentissage (évaluation formative) permettent de produire des avancées importantes et souvent substantielles dans l'apprentissage, de combler les écarts dans l'apprentissage et de développer la capacité qu'ont les élèves d'apprendre de nouvelles aptitudes (BLACK et WILIAM, 1998; OCDE, 2006). La participation des élèves à l'évaluation favorise l'apprentissage. Avec une rétroaction rapide et efficace de l'enseignant et avec une autoévaluation de l'élève lui-même, ce dernier est en mesure de réfléchir aux concepts et aux idées mathématiques et de formuler sa compréhension de ces concepts et de ces idées.

Dans la salle de classe, l'évaluation comprend les aspects suivants :

- définition claire des buts, des cibles et des résultats d'apprentissage
- présentation d'exemples, de grilles de critères et de modèles permettant de clarifier les résultats d'apprentissage et de mettre en évidence les aspects importants du travail
- suivi des progrès dans la réalisation des résultats d'apprentissage et offre d'une rétroaction au besoin
- autoévaluation encourageante
- efforts pour favoriser la mise en place dans la salle de classe d'un milieu dans lequel on se livre à des conversations sur l'apprentissage, les élèves peuvent vérifier leurs idées et leurs travaux et ils parviennent à une compréhension plus approfondie de leur apprentissage (DAVIES, 2000)

Les techniques d'évaluation au service de l'apprentissage constituent un échafaudage sur lequel s'appuie l'apprentissage, mais la seule manière de mesurer cet apprentissage est de recourir à l'évaluation de l'apprentissage (évaluation sommative). L'évaluation de l'apprentissage permet de faire un suivi des progrès de l'élève, influence le programme d'enseignement et facilite la prise de décisions. Les deux formes d'évaluation sont nécessaires pour guider l'enseignement, favoriser l'apprentissage et susciter des progrès dans les résultats des élèves.

Il faut que l'évaluation de l'apprentissage des élèves comprenne les aspects suivants :

- conformité aux résultats d'apprentissage du programme d'études
- critères de réussite clairement définis
- définition explicite des attentes concernant le travail des élèves
- utilisation de toutes sortes de stratégies et d'outils d'évaluation
- production d'informations utiles servant à orienter l'enseignement

Conversations / rencontres / entretiens
- individuels
- collectifs
- à l'initiative de l'enseignant
- à l'initiative de l'élève

Évaluation équilibrée en mathématiques

Produits / échantillons de travaux
- journaux mathématiques
- portfolios
- dessins, tableaux, graphiques, etc.
- évaluation individuelle et en salle de classe
- tests papier-crayon
- enquêtes
- autoévaluation

Observations
- prévues (formelles)
- imprévues (informelles)
- lecture à voix haute (textes axés sur les mathématiques)
- activités communes et guidées en mathématiques
- tâches
- rencontres individuelles
- notes de type anecdotique
- listes de vérification
- activités interactives

Résultats d'apprentissage

Cadre conceptuel pour les mathématiques de la maternelle à la 9e année

La figure ci-dessous fournit un aperçu de l'influence des processus mathématiques et de la nature des mathématiques sur les résultats d'apprentissage :

Domaine d'études	De la maternelle à la 9e année
Le nombre **Les régularités et les relations** Régularités Variables et équations **La mesure** **La géométrie** Objets 3D et figures 2D Transformations **La statistique et la probabilité** Analyse de données La chance et l'incertitude	**Résultats d'apprentissage généraux** **Résultats d'apprentissage spécifiques** **Indicateurs de rendement**

Nature des mathématiques
Le changement
La constance
Le sens du nombre
Les relations
Les régularités
Le sens de l'espace
L' incertitude

Processus mathématiques
[C] Communication, [RP] Résolution de problèmes, [L] Liens, [CE] Calcul mental et estimation
[T] Technologie, [V] Visualisation, [R] Raisonnement

(Adapté avec autorisation de Protocole de l'Ouest du Nord canadiens, *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques M–9*, p. 5. Tous droits réservés.)

Structure du programme d'études de mathématiques

Domaines d'études

Les résultats d'apprentissage du cadre pour la Nouvelle-Écosse s'organisent selon cinq domaines d'études de la maternelle à la 9e année.

- Le nombre (N)
- Les régularités et les relations (RR)
- La mesure (M)
- La géométrie (G)
- La statistique et la probabilité (SP)

Résultats d’apprentissage généraux (RAG)

Certains domaines sont divisés en sous-domaines. Il y a un résultat d’apprentissage général (RAG) par sous-domaine. Les résultats d’apprentissage généraux sont les énoncés d’ordre général des principaux apprentissages attendus des élèves dans chacun des domaines ou sous-domaines. Le résultat d’apprentissage général demeure le même pour tous les niveaux de M à 9.

LE NOMBRE (N)

RAG : On s’attend à ce que les élèves acquièrent le sens du nombre.

LES RÉGULARITÉS ET LES RELATIONS (RR)

Les régularités
RAG : On s’attend à ce que les élèves sachent décrire le monde et résoudre des problèmes à l’aide des régularités.

Les variables et les équations
RAG : On s’attend à ce que les élèves sachent représenter des expressions algébriques de plusieurs façons.

LA MESURE (M)

RAG : On s’attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes à l’aide de mesures directes et indirectes.

LA GÉOMÉTRIE (G)

Les objets à trois dimensions et les figures à deux dimensions
RAG : On s’attend à ce que les élèves sachent décrire les propriétés d’objets à trois dimensions et de figures à deux dimensions, et analyser les relations qui existent entre elles.

Les transformations
RAG : On s’attend à ce que les élèves sachent décrire et analyser la position et le déplacement d’objets et de figures.

LA STATISTIQUE ET LA PROBABILITÉ (SP)

L’analyse de données
RAG : On s’attend à ce que les élèves sachent recueillir, présenter et analyser des données afin de résoudre des problèmes.

La chance et l’incertitude
RAG : On s’attend à ce que les élèves sachent utiliser des probabilités, expérimentale ou théorique, pour représenter et résoudre des problèmes comportant des incertitudes.

Résultats d’apprentissage spécifiques (RAS) et indicateurs de rendement

Les résultats d’apprentissage spécifiques (RAS) sont des énoncés plus précis des habiletés spécifiques, des connaissances et de la compréhension que les élèves devraient avoir acquises à la fin de chaque niveau scolaire.

Les indicateurs de rendement sont des énoncés qui déterminent si les élèves ont atteint un résultat d’apprentissage spécifique escompté. L’étendue de ces indicateurs se veut représentative de la profondeur et des attentes du résultat d’apprentissage.

Processus mathématiques

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

NOMBRE (N)

N01 On s’attend à ce que les élèves déterminent et expliquent pourquoi un nombre donné est divisible par 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 ou 10 et pourquoi on ne peut pas diviser un nombre par 0. [C, R]

Indicateurs de rendement

N01.01 Déterminer si un nombre donné est divisible par 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 ou 10 et expliquer pourquoi.
N01.02 Trier un ensemble donné de nombres selon leur divisibilité, en se servant d’outils de classement comme des diagrammes de Venn ou de Carroll.
N01.03 Déterminer les facteurs d’un nombre donné en se servant des règles de la divisibilité.
N01.04 Expliquer, à l’aide d’un exemple, pourquoi les nombres ne peuvent pas être divisés par 0.

N02 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent l’addition, la soustraction, la multiplication et la division de nombres décimaux et leur application pour résoudre des problèmes. (Pour les diviseurs à plus d’un chiffre et les multiplicateurs à plus de deux chiffres, on s’attend à ce que les élèves utilisent les appareils technologiques.) [CM, RP, T]

Indicateurs de rendement

N02.01 Se servir d’estimations pour déterminer la valeur de position appropriée quand on calcule la somme ou la différence.
N02.02 Se servir d’estimations pour déterminer la valeur de position appropriée quand on calcule le produit.
N02.03 Se servir d’estimations pour déterminer la valeur de position appropriée quand on calcule le quotient.
N02.04 Représenter sous forme concrète, imagée et symbolique la multiplication et la division de nombres décimaux.
N02.05 Créer et résoudre un problème donné qui comprend l’addition d’au moins deux nombres décimaux.
N02.06 Créer et résoudre un problème donné qui comprend la soustraction de nombres décimaux.
N02.07 Créer et résoudre un problème donné qui comprend la multiplication de nombres décimaux.
N02.08 Créer et résoudre un problème donné qui comprend la division de nombres décimaux.
N02.09 Résoudre un problème donné qui comprend la multiplication par des multiplicateurs à deux chiffres ou la division par des diviseurs à un chiffre (nombres entiers ou décimaux) de nombres décimaux sans l’aide de la technologie.

N02.10 Résoudre un problème donné qui comprend la multiplication par des multiplicateurs à plus de deux chiffres ou la division par des diviseurs à plus qu’un chiffre (nombres entiers ou décimaux) de nombres décimaux sans l’aide de la technologie.
N02.11 Vérifier la vraisemblance de solutions à l’aide d’estimations.
N02.12 Résoudre un problème donné comportant des opérations sur des nombres décimaux, en se limitant aux millièmes et en tenant compte de la priorité des opérations.

N03 On s’attend à ce que les élèves résolvent des problèmes faisant intervenir des pourcentages de 1 à 100 p. 100 (en se limitant aux nombres entiers). [CM, C, L, RP, R, T]

Indicateurs de rendement

N03.01 Exprimer un pourcentage donné sous forme décimale ou fractionnaire.
N03.02 Utiliser le calcul mental pour résoudre des problèmes faisant intervenir des pourcentages, quand cela est approprié.
N03.03 Utiliser l’estimation pour déterminer approximativement la réponse ou déterminer la vraisemblance de la réponse.
N03.04 Résoudre un problème donné où il faut déterminer un pourcentage.
N03.05 Déterminer la solution à un problème donné comportant des pourcentages, quand la solution exige un arrondissement, et expliquer pourquoi il est nécessaire de donner une réponse approximative (p. ex. le cout total d’un objet, taxes incluses).

N04 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent la relation entre les nombres décimaux périodiques positifs et les fractions positives, ainsi qu’entre les nombres décimaux finis positifs (avec un ou deux chiffres qui se répètent) et les fractions positives. [C, L, R, T]

Indicateurs de rendement

N04.01 Prédire le nombre décimal équivalent à une fraction donnée en ayant recours aux régularités.
N04.02 Apparier les fractions d’un ensemble à leur représentation décimale.
N04.03 Trier les fractions d’un ensemble selon qu’elles sont équivalentes à des nombres décimaux périodiques ou à des nombres décimaux finis.
N04.04 Exprimer une fraction donnée sous la forme d’un nombre décimal fini ou périodique.
N04.05 Exprimer un nombre décimal périodique donné sous la forme d’une fraction.
N04.06 Exprimer un nombre décimal fini donné sous la forme d’une fraction.
N04.07 Fournir un exemple de nombre décimal qui est une représentation approximative de la valeur exacte d’une fraction donnée.

N05 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent l’addition et la soustraction de fractions et de nombres fractionnaires de signe positif, avec des dénominateurs semblables ou différents, sous forme concrète, sous forme imagée et sous forme symbolique (en se limitant aux sommes et aux différences positives). [C, L, CM, RP, R, V]

Indicateurs de rendement

N05.01 Utiliser des points de repère pour faire une estimation de la somme ou de la différence de fractions ou de nombres fractionnaires positifs.
N05.02 Modéliser l’addition et la soustraction de fractions ou de nombres fractionnaires positifs de signe positif de façon concrète et les noter sous forme symbolique.
N05.03 Utiliser le calcul mental pour déterminer la somme de fractions ou la différence entre fractions, quand cela est approprié.
N05.04 Déterminer la somme de deux fractions ou de nombres fractionnaires de signe positif ayant un dénominateur commun.

N05.05 Déterminer la différence entre deux fractions ou nombres fractionnaires de signe positif ayant un dénominateur commun.

N05.06 Déterminer un dénominateur commun pour les fractions ou les nombres fractionnaires de signe positif d'un ensemble donné.

N05.07 Déterminer la somme de deux fractions ou de nombres fractionnaires de signe positif ayant des dénominateurs différents.

N05.08 Déterminer la différence entre deux fractions ou nombres fractionnaires de signe positif ayant des dénominateurs différents.

N05.09 Simplifier une fraction ou un nombre fractionnaire de signe positif donné en déterminant le facteur commun au numérateur et au dénominateur.

N05.10 Simplifier la solution d'un problème qui comprend la somme de deux fractions ou de nombres fractionnaires de signe positif ou la différence entre deux fractions ou nombres fractionnaires de signe positif.

N05.11 Résoudre un problème donné comportant l'addition ou la soustraction de fractions ou de nombres fractionnaires de signe positif et vérifier la vraisemblance de la solution.

N06 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent l'addition et la soustraction de nombres entiers, sous forme concrète, imagée et symbolique. [C, L, RP, R, V]

Indicateurs de rendement

N06.01 Expliquer à l'aide de matériel concret, comme des carreaux algébriques et des diagrammes, que la somme de nombres entiers opposés est égale à zéro.

N06.02 Illustrer les résultats d'additions ou de soustractions de nombres entiers négatifs et de nombres entiers positifs en utilisant une droite numérique.

N06.03 Additionner deux nombres entiers donnés à l'aide de matériel concret ou de représentations imagées et prendre en note la marche à suivre sous forme symbolique.

N06.04 Soustraire deux nombres entiers donnés à l'aide de matériel concret ou de représentations imagées et prendre en note la marche à suivre sous forme symbolique.

N06.05 Illustrer le lien entre l'addition de nombres entiers et la soustraction de nombres entiers.

N06.06 Résoudre un problème donné faisant intervenir l'addition et la soustraction de nombres entiers.

N07 On s'attend à ce que les élèves comparent, ordonnent et placent des fractions positives, des nombres décimaux positifs (jusqu'au millième) et des nombres entiers à l'aide de points de repère, de la valeur de position et des fractions équivalentes ou nombres décimaux équivalents. [L, R, V]

Indicateurs de rendement

N07.01 Placer un ensemble donné de fractions propres avec un dénominateur commun et avec des dénominateurs différents sur une droite numérique et expliquer les stratégies utilisées pour déterminer leur ordre.

N07.02 Placer un ensemble donné de fractions positives incluant des nombres fractionnaires et des fractions impropres sur une droite numérique et expliquer les stratégies utilisées pour déterminer leur ordre.

N07.03 Placer un ensemble donné de nombres décimaux positifs sur une droite numérique et expliquer les stratégies utilisées pour déterminer leur ordre.

N07.04 Comparer et ordonner les nombres d'un ensemble donné comprenant des fractions positives, des nombres décimaux positifs ou des nombres entiers par ordre croissant ou décroissant et vérifier le résultat à l'aide de diverses stratégies.

N07.05 Trouver un nombre situé entre deux nombres donnés dans une suite ordonnée ou sur une droite numérique.
N07.06 Trouver les nombres positifs qui ne sont pas bien placés dans une suite ordonnée ou sur une droite numérique.
N07.07 Ordonner les nombres d'un ensemble donné en les plaçant sur une droite numérique comprenant des points de repère tels que 0 et 1 ou 0 et 5.
N07.08 Placer un ensemble donné comprenant des fractions positives, des nombres décimaux positifs ou des nombres entiers sur une droite numérique et expliquer la stratégie utilisée pour les ordonner.

RÉGULARITÉS ET RELATIONS (RR)

RR01 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les régularités présentées à l'oral et à l'écrit et les relations linéaires équivalentes. [C, L, R]

Indicateurs de rendement
RR01.01 Formuler une relation linéaire pour représenter la relation qui se dégage d'une régularité décrite oralement ou par écrit.
RR01.02 Fournir un contexte dans lequel une relation linéaire donnée est la représentation d'une régularité.
RR01.03 Représenter une régularité observée dans l'environnement en utilisant une relation linéaire.

RR02 On s'attend à ce que les élèves créent une table de valeurs à partir d'une relation linéaire, fassent une représentation graphique de la table de valeurs et analysent le graphique pour en tirer des conclusions et résoudre des problèmes. [C, L, RP, R, V]

Indicateurs de rendement
RR02.01 Créer une table de valeurs à partir d'une relation linéaire donnée en substituant des valeurs à la variable.
RR02.02 Créer une table de valeurs en utilisant une relation linéaire et l'utiliser pour en tracer le graphique (se limitant à des éléments discrets).
RR02.03 Dessiner un graphique à partir d'une table de données produite pour une relation linéaire donnée et décrire les régularités découvertes en analysant ce graphique pour en tirer des conclusions (p. ex. : dessiner le graphique de la relation entre n et $2n + 3$).
RR02.04 Décrire, dans la langue de tous les jours, oralement ou par écrit, la relation représentée par un diagramme pour résoudre des problèmes.
RR02.05 Apparier un ensemble de relations linéaires donné à un ensemble de graphiques donné.
RR02.06 Apparier un ensemble de graphiques donné à un ensemble de relations linéaires donné.

RR03 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la préservation de l'égalité en faisant les choses suivantes :
- **modéliser la préservation de l'égalité sous forme concrète, imagée et symbolique;**
- **appliquer la préservation de l'égalité pour résoudre des équations. [C, L, RP, R, V]**

Indicateurs de rendement

RR03.01 Modéliser la préservation de l'égalité pour chacune des quatre opérations mathématiques à l'aide de matériel de manipulation ou d'une représentation imagée, expliquer la marche à suivre à l'oral et la prendre en note sous forme symbolique.

RR03.02 Rédiger les formes équivalentes d'une équation donnée en appliquant la préservation de l'égalité et vérifier le résultat à l'aide de matériel concret [p. ex. : $3b = 12$ est équivalent à $3b + 5 = 12 + 5$ ou $2r = 7$ est équivalent à $3(2r) = 3(7)$].

RR03.03 Résoudre un problème donné en appliquant la préservation de l'égalité.

RR04 On s'attend à ce que les élèves expliquent la différence entre une expression et une équation. [C, L]

Indicateurs de rendement

RR04.01 Trouver et fournir un exemple de terme constant, de coefficient numérique et de variable dans une expression et dans une équation.

RR04.02 Expliquer ce qu'est une variable et l'usage dont on en fait dans une expression donnée.

RR04.03 Fournir un exemple d'expression et un exemple d'équation et expliquer leurs points communs et leurs différences.

PR05 On s'attend à ce que les élèves évaluent une expression quand on leur fournit la valeur de la ou des variables. [L, R]

Indicateurs de rendement

RR05.01 Substituer une valeur à l'inconnue dans une expression donnée et évaluer cette expression.

RR06 On s'attend à ce que les élèves modélisent et résolvent, sous forme concrète, imagée et symbolique, des problèmes qu'on peut représenter sous la forme d'équations linéaires à une inconnue du type $x + a = b$, avec a et b qui sont des nombres entiers. [L, RP, R, V]

Indicateurs de rendement

RR06.01 Représenter un problème donné sous la forme d'une équation linéaire et le résoudre à l'aide de matériel concret.

RR06.02 Tracer une représentation visuelle des étapes requises pour résoudre une équation linéaire.

RR06.03 Résoudre un problème donné à l'aide d'équations linéaires et prendre en note la marche à suivre.

RR06.04 Vérifier la solution d'une équation linéaire donnée à l'aide de matériel concret et de diagrammes.

RR06.05 Substituer la solution possible pour la variable d'une équation linéaire donnée afin d'en vérifier l'égalité.

RR07 On s'attend à ce que les élèves modélisent et résolvent, sous forme concrète, imagée et symbolique, des problèmes qu'on peut représenter sous la forme d'équations linéaires à une inconnue des types suivants, avec a, b et c qui sont des nombres entiers :

- $ax + b = c$
- $ax = b$
- $\frac{x}{a} = b,\ a \neq 0$

[L, RP, R, V]

Indicateurs de rendement

RR07.01 Modéliser un problème donné à l'aide d'une équation linéaire et résoudre l'équation à l'aide de matériel concret.
RR07.02 Dessiner une représentation visuelle des étapes utilisées pour résoudre une équation linéaire.
RR07.03 Résoudre un problème donné à l'aide d'équations linéaires et prendre en note la marche à suivre.
RR07.04 Vérifier la solution d'une équation linéaire à l'aide de matériel concret et de diagrammes.
RR07.05 Substituer la solution possible d'une équation à la variable dans l'équation linéaire originale pour en vérifier l'égalité.

MESURE (M)

M01 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les cercles en faisant les choses suivantes :

- décrire les relations entre le rayon, le diamètre et la circonférence;
- faire le lien entre la circonférence et π;
- déterminer la somme des angles centraux;
- construire des cercles quand on leur donne le rayon ou le diamètre;
- résoudre des problèmes faisant intervenir les rayons, les diamètres et les circonférences de cercles. [C, L, RP, R, V]

Indicateurs de rendement

M01.01 Illustrer et expliquer que le diamètre d'un cercle donné est égal au double de son rayon.
M01.02 Illustrer et expliquer que la circonférence d'un cercle donné est approximativement le triple de son diamètre.
M01.03 Expliquer que, pour tout cercle, π est le rapport de la circonférence au diamètre $\left(\frac{C}{d}\right)$, dont la valeur est approximativement égale à 3,14.
M01.04 Expliquer, à l'aide d'une illustration, que la somme des angles au centre de tout cercle est égale à 360°.
M01.05 Tracer un cercle dont le rayon ou le diamètre est donné, avec ou sans l'aide d'un compas.
M01.06 Résoudre un problème contextualisé donné faisant intervenir des cercles.

M02 On s'attend à ce que les élèves mettent au point et mettent en application une formule pour déterminer l'aire de triangles, de parallélogrammes et de cercles.[L, RP, R, V]

Indicateurs de rendement

M02.01 Illustrer et expliquer comment on peut déterminer l'aire d'un triangle à partir de l'aire d'un rectangle.
M02.02 Généraliser une règle pour créer une formule permettant de déterminer l'aire de triangles.
M02.03 Illustrer et expliquer comment on peut déterminer l'aire d'un parallélogramme à partir de l'aire d'un rectangle.
M02.04 Généraliser une règle pour créer une formule permettant de déterminer l'aire de parallélogrammes.
M02.05 Illustrer et expliquer comment on peut estimer l'aire d'un cercle sans avoir recours à une formule.
M02.06 Généraliser une règle pour créer une formule permettant de déterminer l'aire d'un cercle donné.
M02.07 Résoudre un problème donné comportant l'aire de triangles, de parallélogrammes ou de cercles.

GÉOMÉTRIE (G)

G01 On s'attend à ce que les élèves effectuent des constructions géométriques :
- **segments de droite perpendiculaires;**
- **segments de droite parallèles;**
- **médiatrices;**
- **bissectrices.**

[L, R, V]

Indicateurs de rendement

G01.01 Décrire des exemples de segments de droites parallèles, de segments de droite perpendiculaires, de médiatrices et de bissectrices dans l'environnement.
G01.02 Mettre en évidence dans un diagramme donné les segments de droites parallèles ou perpendiculaires.
G01.03 Dessiner et construire un segment de droite perpendiculaire à un autre segment de droite et expliquer pourquoi ils sont perpendiculaires.
G01.04 Dessiner et construire un segment de droite parallèle à un autre segment de droite et expliquer pourquoi ils sont parallèles.
G01.05 Dessiner et construire la bissectrice d'un angle donné à l'aide de plusieurs méthodes et vérifier que les deux angles ainsi obtenus sont bien égaux.
G01.06 Dessiner et construire la médiatrice d'un segment de droite donné à l'aide de plusieurs méthodes et vérifier le résultat obtenu.

G02 On s'attend à ce que les élèves situent et tracent des points dans les quatre quadrants d'un plan cartésien, à partir de coordonnées qui sont des paires ordonnées de nombres entiers. [C, L, V]

Indicateurs de rendement

G02.01 Annoter les axes d'un plan cartésien à quatre quadrants et indiquer l'origine.
G02.02 Indiquer l'emplacement d'un point donné dans n'importe lequel des quadrants d'un plan cartésien, à partir d'une paire ordonnée de nombres entiers.
G02.03 Tracer un point donné à partir d'une paire ordonnée de nombres entiers dans un plan cartésien dont les axes ont des intervalles de 1, 2, 5 ou 10 unités.
G02.04 Tracer des motifs ou des figures dans un plan cartésien à partir d'une liste donnée de paires ordonnées de nombres entiers
G02.05 Créer des motifs ou des figures dans n'importe lequel des quadrants d'un plan cartésien et indiquer les points utilisés pour produire les motifs et les figures.

G03 On s'attend à ce que les élèves effectuent et décrivent des transformations (translations, rotations, réflexions) d'une figure à deux dimensions dans les quatre quadrants d'un plan cartésien (en se limitant à des sommets dont les coordonnées sont des nombres entiers).
[C, L, RP, T, V]

Indicateurs de rendement

G03.01 Indiquer les coordonnées des sommets d'une figure à deux dimensions donnée dans un plan cartésien.

G03.02 Décrire le déplacement horizontal et vertical nécessaire pour aller d'un point à un autre dans un plan cartésien.

G03.03 Décrire le ou les changements de position de chacun des sommets d'une figure à deux dimensions donnée à la suite d'une transformation ou d'une succession de transformations dans un plan cartésien.

G03.04 Déterminer la distance horizontale et verticale entre deux points situés dans n'importe lequel des quatre quadrants d'un plan cartésien.

G03.05 Effectuer une transformation ou des transformations consécutives sur une figure à deux dimensions et mettre en évidence les coordonnées des sommets de l'image.

G03.06 Décrire le déplacement des sommets d'une figure à deux dimensions par rapport aux sommets de l'image comme le résultat d'une transformation ou d'une combinaison de transformations successives.

G03.07 Décrire l'image obtenue après la transformation d'une figure à deux dimensions donnée dans un plan cartésien en indiquant les coordonnées des sommets de l'image.

LA STATISTIQUE ET LA PROBABILITÉ (SP)

SP01 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la tendance centrale et l'étendue en faisant les choses suivantes :

- **déterminer les mesures de tendance centrale (moyenne, médiane, mode) et l'étendue;**
- **déterminer les mesures de tendance centrale les plus appropriées pour présenter des conclusions.**

[C, RP, R, T]

Indicateurs de rendement

SP01.01 Déterminer la moyenne, la médiane et le mode d'un ensemble donné de données et expliquer pourquoi ces mesures peuvent être identiques ou différentes.

SP01.02 Déterminer l'étendue d'un ensemble donné de données.

SP01.03 Fournir un contexte dans lequel la moyenne, la médiane ou le mode d'un ensemble de données est la mesure de tendance centrale la plus appropriée pour présenter des conclusions.

SP01.04 Résoudre un problème donné qui comprend des mesures de tendance centrale.

SP02 On s'attend à ce que les élèves déterminent l'effet sur la moyenne, la médiane et le mode quand on a une valeur aberrante dans un ensemble de données.

[C, L, RP, R]

Indicateurs de rendement

SP02.01 Analyser un ensemble donné de données afin d'y mettre en évidence les valeurs aberrantes, s'il y en a.
SP02.02 Expliquer les effets des valeurs aberrantes sur les mesures de tendance centrale pour un ensemble donné de données.
SP02.03 Trouver les valeurs aberrantes dans un ensemble donné de données et expliquer pourquoi il est approprié ou non d'en tenir compte lors de la présentation des mesures de tendance centrale.
SP02.04 Fournir des exemples de situations dans lesquelles des valeurs aberrantes devraient ou ne devraient pas être incluses lors de la présentation des mesures de tendance centrale.

SP03 On s'attend à ce que les élèves construisent, annotent et interprètent des diagrammes circulaires pour résoudre des problèmes.
[C, L, RP, R, T, V]

Indicateurs de rendement

SP03.01 Mettre en évidence les caractéristiques communes de diagrammes circulaires :
- titre, annotations ou légende;
- somme des angles au centre d'un cercle égale à 360°;
- données présentées sous la forme de pourcentages d'un tout et somme de ces pourcentages égale à 100.

SP03.02 Créer et annoter un diagramme circulaire pour présenter un ensemble de données avec ou sans l'aide de la technologie.
SP03.03 Trouver et comparer des diagrammes circulaires dans divers médias imprimés et électroniques (quotidiens, magazines, Internet, etc.).
SP03.04 Exprimer les pourcentages présentés dans un diagramme circulaire sous forme de quantités afin de résoudre un problème donné.
SP03.05 Interpréter un diagramme circulaire donné afin de répondre à des questions.

SP04 On s'attend à ce que les élèves expriment les probabilités sous forme de rapports, de fractions et de pourcentages.
[C, L, R, T, V]

Indicateurs de rendement

SP04.01 Déterminer la probabilité de l'un des résultats d'une expérience de probabilité et exprimer cette probabilité sous la forme d'un rapport, d'une fraction et d'un pourcentage.
SP04.02 Fournir un exemple d'évènement dont la probabilité est de 0 ou 0 p. 100 (impossible) et un exemple d'évènement dont la probabilité est de 1 ou 100 p. 100 (certain).

SP05 On s'attend à ce que les élèves définissent l'espace d'échantillon (quand l'espace d'échantillon combiné a 36 éléments ou moins) pour une expérience de probabilité faisant intervenir deux évènements indépendants.
[C, CM, RP]

Indicateurs de rendement

SP05.01 Fournir un exemple de paire d'évènements indépendants :
- faire tourner une roulette ayant quatre secteurs et lancer un dé à huit faces;
- lancer une pièce de monnaie et lancer un dé à douze faces;
- lancer deux pièces de monnaie;
- lancer deux dés;

et expliquer pourquoi ces évènements sont des évènements indépendants

SP05.02 Définir l’espace d’échantillon (ensemble des résultats possibles) de chacun des deux évènements indépendants dans une expérience donnée en utilisant un diagramme en arbre, un tableau ou un autre outil d’organisation graphique.

SP06 On s’attend à ce que les élèves effectuent une expérience de probabilité afin de comparer la probabilité théorique (déterminée à l’aide d’un diagramme en arbre, d’un tableau ou d’un autre outil d’organisation graphique) et la probabilité expérimentale de deux évènements indépendants. [C, RP, R, T]

Indicateurs de rendement

SP06.01 Déterminer la probabilité théorique d’un résultat donné faisant intervenir deux évènements indépendants.

SP06.02 Mener une expérience de probabilité à la suite de deux évènements indépendants, avec ou sans l’aide de la technologie, afin de comparer la probabilité expérimentale et la probabilité théorique.

SP06.03 Résoudre un problème de probabilité donné faisant intervenir deux évènements indépendants.

Processus mathématiques

Dans un programme de mathématiques, il y a des éléments auxquels les élèves doivent absolument être exposés pour être en mesure d’atteindre les objectifs de ce programme et acquérir le désir de poursuivre leur apprentissage des mathématiques pendant le reste de leur vie.

On s’attend à ce que les élèves :

- communiquent pour apprendre des concepts et pour exprimer leur compréhension (Communication [C])
- développent de nouvelles connaissances en mathématiques et les appliquent pour résoudre des problèmes (Résolution de problèmes [RP])
- établissent des liens entre des idées et des concepts mathématiques, des expériences de la vie de tous les jours et d’autres disciplines (Liens [L])
- démontrent une habileté en calcul mental et en estimation (Calcul mental et estimation [CE])
- choisissent et utilisent des outils technologiques pour apprendre et pour résoudre des problèmes (Technologie [T])
- développent des habiletés en visualisation pour faciliter le traitement d’informations, l’établissement de liens et la résolution de problèmes (Visualisation [V])
- développent le raisonnement mathématique (Raisonnement [R])

Ces sept processus mathématiques interdépendants font partie du *Programme d’études de mathématiques*. Ils devraient s’incorporer à l’enseignement et à l’apprentissage. Chaque processus est représenté par une lettre tel qu’indiqué dans l’encadré suivant :

Les clés des processus

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

La communication [C]

Les élèves doivent avoir des occasions de lire et d’écrire de courts textes au sujet de notions mathématiques, d’en représenter, d’en voir, d’en parler, d’en entendre parler et d’en discuter en français. Cela favorise chez eux la création de liens entre la langue et leurs idées, et entre le langage formel et les symboles mathématiques.

La communication joue un rôle important dans l’éclaircissement, l’approfondissement et la rectification d’idées, d’attitudes et de croyances relatives aux mathématiques. L’utilisation d’une variété de formes de communication par les élèves ainsi que le recours à la terminologie mathématique doivent être encouragés tout au long de leur apprentissage des mathématiques.

Les élèves doivent être capables de communiquer des idées mathématiques de plusieurs façons et dans des contextes variés. La communication aidera les élèves à établir des liens entre les représentations concrètes, imagées, symboliques, orales, écrites et mentales de concepts mathématiques. Les élèves doivent communiquer quotidiennement leurs apprentissages en mathématiques. Ce qui leur permet de réfléchir, de valider et de clarifier leurs pensées et permet aux enseignants d’examiner avec perspicacité comment les élèves interprètent les idées mathématiques.

La résolution de problèmes [RP]

À tous les niveaux, l'apprentissage des mathématiques devrait être centré sur la résolution de problèmes. Lorsque des élèves font face à des situations nouvelles et répondent à des questions telles que *« Comment devriez-vous...? »* ou *« Comment pourriez-vous...? »*, le processus de résolution de problèmes est enclenché. Les élèves peuvent développer leurs stratégies personnelles de résolution de problèmes en demeurant ouverts aux suggestions, en discutant et en testant différentes stratégies.

Pour qu'une activité soit basée sur la résolution de problèmes, il faut demander aux élèves de trouver une façon d'utiliser leurs connaissances antérieures pour arriver à la solution recherchée. Si on a déjà donné aux élèves des façons de résoudre le problème, il ne s'agit plus d'un problème, mais d'un exercice. Un vrai problème exige que les élèves utilisent leurs connaissances antérieures d'une façon différente et dans un nouveau contexte. La résolution de problèmes est donc une activité qui amène une profonde compréhension des concepts et un engagement de l'élève. Celui-ci doit donc développer cette compréhension et démontrer son engagement, sa persévérance et sa collaboration.

La résolution de problèmes est un outil pédagogique puissant, qui encourage l'élaboration de multiples solutions créatives et novatrices. Par ailleurs, un environnement dans lequel les élèves se sentent libres de rechercher ouvertement différentes stratégies contribue au fondement de leur confiance en eux-mêmes et les encourage à prendre des risques.

L'exposition à une grande variété de problèmes dans tous les domaines mathématiques permet aux élèves d'explorer diverses méthodes de résolution et de vérification de problèmes. En outre, ils sont mis au défi de trouver des solutions aux problèmes multiples et de créer leurs propres problèmes.

Les liens [L]

La mise en contexte et l'établissement de liens avec les expériences de l'apprenant jouent un rôle important dans le développement de leur compréhension des mathématiques. Cela peut être particulièrement vrai pour les apprenants des Premières nations, des Métis et des Inuits. Lorsque des liens sont créés entre des idées mathématiques ou entre ces idées et des phénomènes concrets, les élèves peuvent constater que les mathématiques sont utiles, pertinentes et intégrées.

L'apprentissage des mathématiques en contexte et l'établissement de liens pertinents à l'apprenant peuvent valider des expériences antérieures et accroître la volonté de l'élève à participer et à s'engager activement.

Le cerveau recherche et établit sans cesse des liens et des relations, et : « *Étant donné que l'apprenant est constamment à la recherche de liens, et ce, à plusieurs niveaux, ses enseignants doivent orchestrer des expériences desquelles l'apprenant tirera une compréhension. Les recherches sur le cerveau ont déjà démontré que des expériences multiples, complexes et concrètes, sont essentielles à un apprentissage et à un enseignement constructifs.* » (CAINE et CAINE, 1991, p. 5 [traduction])

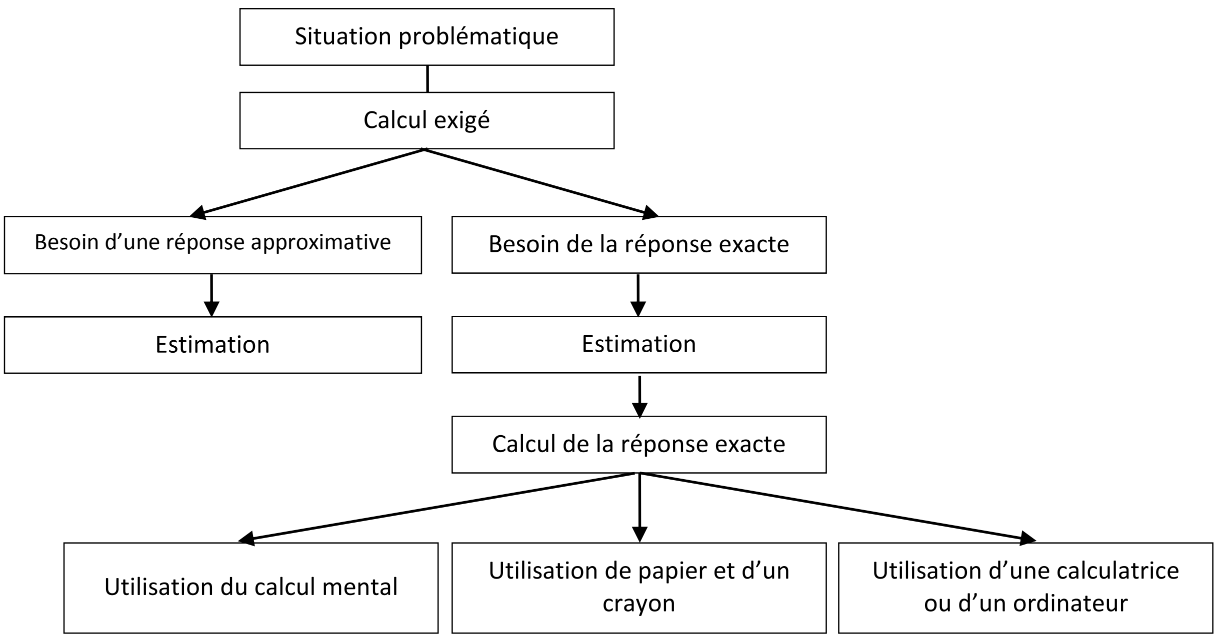
Le calcul mental et l'estimation [CE]

Le calcul mental combine plusieurs stratégies cognitives renforçant la souplesse de la réflexion et le sens du nombre. Il consiste à faire des calculs dans sa tête sans avoir recours à un support externe. Le calcul mental permet aux élèves de trouver des réponses sans avoir à se servir de papier et d'un crayon. Il les aide à maitriser les calculs en renforçant leur efficacité, leur exactitude et leur souplesse. « Ce qui est encore plus important que l'exécution des procédures de calcul ou l'utilisation d'une calculatrice, c'est le besoin qu'ont les élèves — aujourd'hui plus que jamais — d'être plus à l'aise dans les estimations et le calcul mental. » (NCTM, mai 2005)

Les élèves qui maitrisent le calcul mental « sont libérés de leur dépendance vis-à-vis de la calculatrice, prennent de l’assurance en mathématiques, acquièrent une plus grande souplesse dans la réflexion et arrivent mieux à utiliser de multiples méthodes pour résoudre les problèmes » (RUBENSTEIN, 2001). Le calcul mental « est la pierre angulaire de tous les processus d’estimation, car il offre divers algorithmes et techniques non standards pour trouver les réponses » (HOPE, 1988, p. v)

L’estimation est une stratégie permettant de déterminer approximativement la valeur ou la quantité recherchée, généralement en se référant à des données de départ ou à des repères, ou encore de déterminer dans quelle mesure les valeurs qu’on a calculées sont raisonnables. Il faut que les élèves sachent quelle stratégie utiliser pour faire des estimations, quand l’utiliser et comment. On se sert de l’estimation pour porter des jugements mathématiques et pour acquérir des stratégies utiles et efficaces permettant de gérer les situations de la vie quotidienne.

Tant pour le calcul mental que pour les estimations, il faut que les élèves acquièrent leurs compétences en contexte et non de façon isolée, pour qu’ils sachent les mettre en application pour résoudre des problèmes. Chaque fois qu’un problème exige un calcul, il faut que l’élève suive le processus de prise de décisions illustré ci-dessous.



Pour être capable de faire des estimations, il faut avoir de bonnes bases en calcul mental. Les deux sont nécessaires dans bon nombre d’activités de la vie quotidienne et il convient d’offrir fréquemment aux élèves des occasions de s’entrainer à appliquer ces compétences.

La technologie [T]

La technologie contribue à l’apprentissage d’une gamme étendue de résultats d’apprentissage et permet aux élèves d’explorer et de créer des régularités, d’étudier des relations, de tester des conjectures et de résoudre des problèmes.

À l’aide de la technologie, les élèves peuvent :

- explorer et démontrer des relations et des régularités mathématiques
- organiser et présenter des données

- faire des extrapolations et des interpolations
- faciliter des calculs dans le contexte de la résolution de problèmes
- réduire le temps consacré à de longs calculs lorsque d'autres apprentissages ont la priorité
- approfondir leur connaissance des opérations de base
- développer leurs propres algorithmes de calcul
- créer des régularités géométriques
- simuler des situations
- développer leur sens des nombres

L'usage des calculatrices est recommandé pour améliorer la résolution de problèmes, encourager la découverte des régularités dans les nombres et consolider la compréhension conceptuelle des relations numériques. Cependant, elles ne remplacent pas l'acquisition des concepts et des habiletés. Le choix judicieux des logiciels peut offrir des situations intéressantes de résolution de problèmes et des applications.

La technologie contribue à un environnement d'apprentissage propice à la curiosité grandissante des élèves, qui peut les mener à de belles découvertes en mathématiques, et ce, à tous les niveaux. Bien que la technologie soit recommandée, de la maternelle à la troisième année, pour enrichir l'apprentissage, on s'attend à ce que les élèves réalisent les résultats d'apprentissage sans l'usage de cette technologie.

La visualisation [V]

La visualisation « *met en jeu la capacité de penser en images, de percevoir, de transformer et de recréer différents aspects du monde visuel et spatial.* » (ARMSTRONG, 1993, p. 10 [Traduction]) Le recours à la visualisation dans l'étude des mathématiques facilite la compréhension de concepts mathématiques et l'établissement de liens entre eux.

Les images et le raisonnement par l'image jouent un rôle important dans le développement du sens du nombre, du sens de l'espace et du sens de la mesure.

La visualisation du nombre a lieu quand les élèves créent des représentations mentales des nombres. La capacité de créer, d'interpréter et de décrire une représentation visuelle fait partie du sens spatial ainsi que du raisonnement spatial. La visualisation et le raisonnement spatial permettent aux élèves de décrire les relations parmi et entre des objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions. « *Le développement du sens de la mesure va au-delà de l'acquisition d'habiletés spécifiques en matière de mesurage. Le sens de la mesure inclut l'habileté de juger quand il est nécessaire de prendre des mesures et quand il est approprié de faire des estimations ainsi que la connaissance de plusieurs stratégies d'estimation.* » (SHAW et CLIATT, 1989 [Traduction])

L'utilisation du matériel concret, de la technologie et d'une variété de représentations visuelles contribue au développement de la visualisation.

Le raisonnement [R]

Le raisonnement aide les élèves à penser de façon logique et à saisir le sens des mathématiques. Les élèves doivent développer de la confiance dans leurs habiletés à raisonner et à justifier leurs raisonnements mathématiques. Le défi relié aux questions d'un niveau plus élevé incite les élèves à penser et à développer leur curiosité envers les mathématiques.

Que ce soit dans une salle de classe ou non, des expériences mathématiques fournissent des occasions propices aux élèves pour développer leur habileté à raisonner. Les élèves peuvent expérimenter et noter des résultats, analyser leurs observations, faire et vérifier des généralisations à partir de régularités. Les élèves peuvent arriver à de nouvelles conclusions en construisant sur ce qui est déjà connu ou supposé être vrai.

Les habiletés de raisonnement permettent aux élèves d’utiliser un processus logique pour analyser un problème pour arriver à une conclusion et pour justifier ou pour défendre cette conclusion.

Nature des mathématiques

Les mathématiques font partie des outils qui contribuent à la compréhension, à l’interprétation et à la description du monde dans lequel nous vivons. La définition de la nature des mathématiques comporte plusieurs éléments, auxquels on fera référence d’un bout à l’autre du présent document. Ces éléments incluent le changement, la constance, le sens du nombre, les régularités, les relations, le sens de l’espace et l’incertitude.

Le changement

Il est important que les élèves se rendent compte que les mathématiques sont en état d’évolution constante et ne sont pas statiques. Ainsi, le fait de reconnaître le changement constitue un élément clé de la compréhension et de l’apprentissage des mathématiques.

« *En mathématiques, les élèves sont exposés à des modalités de changement et ils devront tenter d’en fournir des explications. Pour faire des prédictions, les élèves doivent décrire et quantifier leurs observations, y rechercher des régularités, et décrire les quantités qui restent invariables et celles qui varient. Par exemple, la suite 4, 6, 8, 10, 12, … peut être décrite de différentes façons, y compris les suivantes :*
- *le nombre de perles d’une couleur spécifique dans chaque rangée d’une broderie perlée*
- *compter par sauts de 2, à partir de 4*
- *une suite arithmétique, avec 4 comme premier terme, et une raison arithmétique de 2*
- *une fonction linéaire ayant un domaine discret* »

(STEEN, 1990, p. 184 [Traduction])

La constance

« *La constance peut être décrite de bien des façons, soit en termes de stabilité, de conservation, d’équilibre, d’états stationnaires et de symétrie.* »(AAAS – Benchmarks, 1993, p. 270 [Traduction])

Les mathématiques, comme toutes les sciences, ont pour objets des phénomènes qui demeurent stables, inchangés (autrement dit, *constants*), quelles que soient les conditions externes dans lesquelles ils sont testés. En voici quelques exemples :
- Le rapport entre la circonférence et le diamètre d’un tipi est le même peu importe la longueur des poteaux.
- Pour tout triangle, la somme des angles intérieurs de ce triangle est toujours égale à 180°.
- La probabilité théorique d’obtenir le côté face après avoir lancé une pièce de monnaie est de 0,5.

Le sens du nombre

« *Le sens du nombre, dont certains pourraient dire qu'il s'agit d'une simple intuition, constitue la base la plus fondamentale de la numératie.* » (MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE LA COLOMBIE-BRITANNIQUE, 2000, p. 146 [Traduction]). Un sens véritable du nombre va bien au-delà de l'habileté à savoir compter, à mémoriser des faits et à appliquer de façon procédurale des algorithmes en situation. La maîtrise des faits devrait être acquise par l'élève en développant leur sens du nombre. La maîtrise des faits facilite les calculs plus complexes, mais ne devrait pas être atteinte au dépend de la compréhension du sens du nombre. Le développement du sens du nombre chez l'élève se fait à partir de l'établissement de liens entre les nombres et son propre vécu ainsi qu'en ayant recours à des repères et à des référents. Ce qui en résulte, c'est un élève qui possède un raisonnement de calcul fluide, qui développe de la souplesse avec les nombres et qui, en fin de compte, développe une intuition du nombre. L'évolution du sens du nombre est généralement un dérivé de l'apprentissage plutôt que le résultat d'un enseignement direct. Cependant, l'élève développe le sens du nombre en réalisant des tâches mathématiques significatives où il leur est possible d'établir des liens avec leurs expériences individuelles et leurs apprentissages antérieurs.

Les relations

Les mathématiques sont un outil pour exprimer des faits naturels étroitement liés dans une perception globale du monde. Les mathématiques sont utilisées pour décrire et expliquer des relations. La recherche de relations au sein des nombres, des ensembles, des figures et des objets fait partie de l'étude des mathématiques. Cette recherche de relations possibles nécessite la collection et l'analyse de données numériques ainsi que la description de relations, de façon imagée, symbolique, orale ou écrite.

Les régularités

Les mathématiques traitent de la reconnaissance, de la description et de la manipulation de régularités numériques et non numériques. Les régularités figurent dans tous les domaines. C'est en travaillant avec des régularités que les élèves établissent des liens à l'intérieur et au-delà des mathématiques. Ces habiletés contribuent à la fois aux interactions des élèves avec leur environnement et à la compréhension qui en découle. Les régularités peuvent être représentées de façon concrète, visuelle ou symbolique. Les élèves devraient développer une facilité de passer d'une représentation à une autre. Les élèves doivent apprendre à reconnaître, prolonger, créer et utiliser des régularités mathématiques. Les régularités permettent aux élèves de faire des prédictions et de justifier leur raisonnement dans la résolution de problèmes routiniers et non routiniers. C'est en apprenant à travailler avec les régularités dès leurs premières années que les élèves développent leur pensée algébrique, élément fondamental des mathématiques plus abstraites des années à venir.

Le sens spatial

Le sens spatial comprend la visualisation, l'imagerie mentale et le raisonnement spatial. Ces habiletés jouent un rôle crucial dans la compréhension des mathématiques. Le sens spatial se développe par le biais d'expériences variées et d'interactions des élèves avec leur environnement. Il contribue à la capacité des élèves de résoudre des problèmes comprenant des objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions. Le sens spatial est un moyen d'interpréter l'environnement physique ainsi que les objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions et d'y réfléchir. Il y a des problèmes qui exigent l'établissement de liens entre des nombres et des unités de mesure, et les dimensions de certains objets. Le sens spatial permet aux élèves de prédire les effets qu'aura la modification de ces dimensions, ex. : en doublant la longueur du côté d'un carré, on augmente son aire selon un facteur de quatre. En bref, le sens spatial leur permet de créer leurs propres représentations des formes et des objets et de les communiquer aux autres.

L'incertitude

En mathématiques, les interprétations de données et les prédictions basées sur des données peuvent manquer de certitude. Certains évènements et expériences génèrent des ensembles de données statistiques qui peuvent être utilisés pour faire des prédictions. Il est important de reconnaître que les prédictions (interpolations et extrapolations) basées sur ces régularités comportent nécessairement un certain degré d'incertitude. La qualité d'une interprétation est directement reliée à la qualité des données. Les élèves qui ont conscience de l'incertitude sont en mesure d'interpréter des données et d'en évaluer la fiabilité. La chance renvoie à la prévisibilité d'un résultat donné. Au fur et à mesure que les élèves développent leur compréhension de la probabilité, le langage mathématique gagne en spécificité et permet de décrire le degré d'incertitude de façon plus précise.

Format du programme

Ce guide présente le programme d'études de mathématiques sous un format permettant à l'enseignant de voir facilement la portée des résultats d'apprentissage que les élèves sont censés atteindre pendant l'année. On encourage les enseignants, cependant, à tenir compte de ce qui vient avant et de ce qui vient ensuite, afin de mieux comprendre la place qu'occupe l'apprentissage de l'élève à un niveau de scolarisation particulier dans le cadre plus général du développement des concepts et des compétences.

L'ordre de présentation dans le document ne fait aucune supposition et n'impose aucune restriction concernant l'ordre de présentation dans la salle de classe. Il présente simplement les résultats d'apprentissage spécifiques dans le cadre des résultats d'apprentissage généraux du programme (RAG).

Le pied de page indique le nom du cours et le domaine d'études figure en entête. Lorsqu'on introduit un résultat d'apprentissage spécifique (RAS) donné, il s'accompagne des processus mathématiques et des indicateurs de rendement correspondants. On présente ensuite la portée et l'ordre, qui permettent de mettre le RAS en rapport avec les RAS du niveau de scolarisation précédent et du niveau de scolarisation suivant. Pour chaque RAS, on fournit également des informations contextuelles, des stratégies d'évaluation, des suggestions de stratégies d'enseignement, des suggestions de modèles et d'un matériel de manipulation, le langage mathématique et une section pour les ressources et les notes. Dans chaque section, il convient d'utiliser les questions pour guider la réflexion pour faciliter la préparation de l'unité et de la leçon.

Stratégies d'évaluation

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles sont les méthodes et activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Que devrai-je faire pour assurer la concordance entre mes stratégies d'évaluation et mes stratégies d'enseignement?

Suivi sur l'évaluation

Il convient de définir l'enseignement en fonction des données rassemblées sur l'apprentissage à partir de la participation et des travaux des élèves.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?

- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?
- Donnez des exemples d'observations qu'on peut faire en temps voulu à l'intention des élèves.

Planification de l'enseignement

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Est-ce que la leçon concorde avec mon plan pour l'année ou le module?
- Comment incorporer les processus indiqués pour ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et expériences d'apprentissage devrais-je proposer pour favoriser la réalisation des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources didactiques devrais-je utiliser?
- Comment devrais-je m'y prendre pour répondre aux besoins des élèves dans toute leur diversité?

RAS		
Processus Mathématiques		
[C] Communication	**[T]** Technologie	**[V]** Visualisation
[CM] Calcul mental et estimations		**[L]** Liens
[RP] Résolution de problèmes		**[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Décrivez les indicateurs permettant d'observer les élèves pour voir s'ils sont parvenus au résultat d'apprentissage spécifique souhaité.

Portée et séquence

RAS du niveau scolaire ou cours précédent
RAS du niveau scolaire actuel
RAS du niveau scolaire ou cours suivant

Contexte

Décrivez les « grandes idées » à dégager et leurs liens avec le travail effectué au niveau scolaire précédent ou dans les cours suivants.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

Exemples de tâches qu'on peut utiliser pour déterminer les connaissances préalablement acquises par les élèves.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Suggestions d'activités et de questions spécifiques qu'on peut utiliser tant pour l'enseignement que pour l'évaluation.

Suivi sur l'évaluation

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Stratégies suggérées pour la planification des leçons au quotidien.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

Suggestions d'approches et de stratégies générales pour l'enseignement de ce résultat d'apprentissage.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Terminologie mathématique pour l'enseignant et pour l'élève liée au résultat d'apprentissage.

Ressources/Notes

Contextes d'apprentissage et d'enseignement

Convictions concernant les élèves et l'apprentissage des mathématiques

« Il faut que les élèves apprennent les mathématiques avec une bonne compréhension, en cherchant délibérément à s'appuyer sur leur expérience et leurs acquis antérieurs pour développer leurs nouvelles connaissances. » (NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS, 2000, p. 20)

Le programme d'études de mathématiques de la Nouvelle-Écosse se fonde sur plusieurs présupposés ou convictions concernant l'apprentissage des mathématiques, qui découlent des travaux de recherche et de la pratique de l'enseignement. Ces convictions sont les suivantes :

- L'apprentissage des mathématiques est un processus actif et constructif.
- Le meilleur apprentissage se fait quand on définit clairement les attentes et qu'on offre un processus continu d'évaluation et de rétroaction.
- Les apprenants sont des individus qui ont un bagage consistant en toutes sortes de connaissances et d'expériences acquises antérieurement et qui effectuent leur apprentissage selon divers styles et à diverses cadences.
- Pour qu'il y ait un véritable apprentissage, il faut offrir des contextes pertinents et un milieu encourageant l'exploration, la prise de risques et la réflexion critique et favorisant les attitudes positives et les efforts soutenus.

Les élèves sont des apprenants curieux et actifs qui ont chacun leurs propres centres d'intérêt, aptitudes et besoins. À leur arrivée en classe, ils ont un bagage consistant en diverses connaissances, expériences vécues et valeurs culturelles. Pour bien développer la maitrise des mathématiques, il est essentiel d'établir des liens avec ces expériences et ces valeurs.

Les élèves acquièrent diverses idées mathématiques avant le début de leur scolarité. Les enfants cherchent à comprendre leur milieu en se livrant à des observations et à des interactions à la maison et dans la communauté. L'apprentissage des mathématiques est enchâssé dans les activités du quotidien : jeux, lecture, narration, corvées domestiques, etc. Ces activités peuvent contribuer à l'acquisition du sens du nombre et de l'espace chez l'enfant. On favorise chez l'enfant la curiosité vis-à-vis des mathématiques en le faisant se livrer à des activités comme la comparaison de quantités, la recherche de régularités, le tri d'objets, la mise en ordre d'objets, la création de structures, la construction avec des blocs et la discussion sur toutes ces activités. Il est tout aussi crucial, pour le développement de l'enfant, qu'il ait de bonnes expériences à un jeune âge en mathématiques que dans l'acquisition du langage.

Pour que les élèves apprennent bien, il faut qu'ils trouvent un sens à ce qu'ils font et il faut qu'ils passent par leur propre processus de construction du sens en mathématiques. Les meilleures conditions pour la construction de ce sens consistent à exposer les apprenants à des expériences allant du plus simple au plus complexe et du plus concret au plus abstrait. L'utilisation de modèles et de diverses méthodes pédagogiques permet de tenir compte de la diversité des styles d'apprentissage et des stades de développement des élèves et favorise chez eux l'acquisition durable des concepts mathématiques, qu'ils sauront transposer dans d'autres situations. Il est utile, à tous les niveaux, de permettre aux élèves de travailler avec toute une panoplie d'outils et d'un matériel et dans toutes sortes de contextes lorsqu'ils se livrent à ce processus de construction du sens en mathématiques. Il faut leur proposer des discussions pertinentes, qui leur permettront d'établir des liens essentiels entre les différentes représentations des mathématiques (matériel concret, images, contextes, symboles).

Il convient de proposer un milieu d'apprentissage dans lequel on respecte et on valorise toutes les expériences des élèves et toutes leurs façons de penser, pour qu'ils se sentent à l'aise quand il s'agit de prendre des risques sur le plan intellectuel, de poser des questions et de faire des hypothèses. Il faut que les élèves explorent des situations de résolution de problèmes pour acquérir leurs propres stratégies et maitriser les mathématiques. Il faut que les apprenants prennent conscience du fait qu'il est acceptable de résoudre les problèmes de différentes manières et que les solutions peuvent varier d'un apprenant à l'autre.

Buts de l'enseignement des mathématiques

Les principaux buts de l'enseignement de mathématiques sont de préparer les élèves

- à être à l'aise quand il s'agit d'utiliser les mathématiques pour résoudre des problèmes
- à communiquer et à raisonner en mathématiques
- à apprécier les mathématiques et à en reconnaitre la valeur
- à établir des liens entre les mathématiques et leurs applications
- à devenir des adultes compétents en mathématiques, qui utilisent les mathématiques dans leur contribution à la vie en société

Les élèves qui parviendront à ces buts

- comprendront et sauront apprécier la contribution des mathématiques en tant que science, philosophie et forme d'art
- manifesteront une attitude positive vis-à-vis des mathématiques
- se livreront à des tâches et à des projets mathématiques et sauront persévérer
- apporteront leur contribution aux discussions mathématiques
- sauront prendre des risques lors de l'exécution de tâches mathématiques
- feront preuve de curiosité vis-à-vis des mathématiques et des situations faisant intervenir les mathématiques

Occasions de connaitre la réussite

Le fait d'avoir une attitude positive a un profond impact sur l'apprentissage. Lorsqu'on propose aux élèves un milieu dans lequel ils ont le sentiment d'avoir leur place, qui les encourage à prendre des risques et qui leur donne des occasions de connaitre la réussite, cela les aide à adopter une attitude positive et à prendre de l'assurance. Lorsque les élèves ont une attitude positive vis-à-vis des mathématiques, ils seront généralement plus motivés, mieux préparés à apprendre, plus disposés à participer aux activités en classe, mieux aptes à persévérer dans les situations difficiles et capables de se livrer à une réflexion sur leur apprentissage.

Pour que les élèves connaissent la réussite, il est indispensable de leur apprendre à se fixer des buts réalisables ou à évaluer leurs progrès dans la réalisation de ces buts. Les efforts en vue de connaitre la réussite et de devenir des apprenants autonomes et responsables sont des processus continus et axés sur la réflexion dans lesquels les élèves réexaminent leurs buts personnels.

Motivation de tous les apprenants

« Quelle que soit la définition de la motivation que vous utilisez ou la dimension que vous envisagez, les recherches confirment le truisme suivant dans le domaine éducatif : *plus on est motivé, plus on apprend*. » (HUME, 2011, p. 6)

La motivation des élèves est au cœur même de l'apprentissage. Il est crucial que les enseignants en tiennent compte lorsqu'ils préparent et mettent en œuvre leur enseignement. Pour que l'enseignement soit efficace, il faut qu'il motive tous les apprenants, qu'il les accepte dans toute leur diversité et qu'il leur apporte à tous un appui, avec tout un éventail d'activités d'apprentissage. Le présent programme d'études est conçu de façon à offrir des possibilités d'apprentissage axées sur des pratiques d'enseignement et d'évaluation qui tiennent compte des différences culturelles, qui sont équitables et accessibles et qui favorisent l'intégration des multiples facettes de la diversité telle qu'elle se manifeste dans la salle de classe aujourd'hui.

Les élèves sont motivés par l'apprentissage quand on leur offre des occasions de s'investir davantage dans cet apprentissage. Lorsque l'enseignant connait bien ses élèves individuellement en tant qu'apprenants et en tant qu'individus, ceux-ci ont plus de chances d'être motivés par l'apprentissage, de participer aux activités dans la salle de classe, de persévérer dans les situations difficiles et de se livrer à un travail de réflexion sur leur apprentissage. Les élèves se sentent souvent plus motivés quand l'enseignant montre qu'il est fermement convaincu que chaque élève a le potentiel de connaitre la réussite dans son apprentissage.

DES MILIEUX D'APPRENTISSAGE DANS LESQUELS LES ÉLÈVES SE SENTENT SOUTENUS

Lorsque le milieu d'apprentissage est positif et que les élèves s'y sentent soutenus, cela a un profond impact sur l'apprentissage. Lorsque les élèves ont le sentiment d'avoir leur place dans la salle de classe, qu'on les y encourage à participer, qu'on leur propose des défis sans que cela débouche sur de la contrariété et qu'ils se sentent en sécurité et soutenus dans la prise de risques, ils ont de meilleures chances de connaitre la réussite. On sait que les élèves ne progresseront pas tous à la même cadence et ne se situent pas tous au même niveau pour ce qui est de leurs acquis antérieurs et de leurs compétences vis-à-vis de concepts ou de résultats d'apprentissage spécifiques. L'enseignant offre à l'ensemble des élèves un accès équitable à l'apprentissage, en incorporant diverses méthodes d'enseignement et activités d'évaluation qui tiennent compte de l'ensemble des élèves et sont conformes aux principes fondamentaux suivants :

- Il faut que l'enseignement soit souple et offre de multiples modes de représentation.
- Il faut que les élèves aient l'occasion d'exprimer leur savoir et leur compréhension de multiples manières.
- Il faut que l'enseignant offre aux élèves des occasions de s'investir dans leur apprentissage de multiples manières.

Lorsque l'enseignant connait bien ses élèves, il prend conscience de leurs différences individuelles sur le plan de l'apprentissage et incorpore cette conscience dans la planification de son enseignement et dans ses décisions sur l'évaluation. Il organise des activités d'apprentissage qui tiennent compte de la diversité des modes d'apprentissage des élèves, de leurs façons de construire le sens et de leurs façons de manifester leur savoir et leur compréhension. L'enseignant utilise diverses méthodes pédagogiques :

- offrir à tous les élèves un accès équitable aux stratégies, aux ressources et aux technologies d'apprentissage appropriées
- offrir aux élèves diverses manières d'accéder à leur savoir antérieur pour le mettre en rapport avec les nouveaux concepts

- échafauder l’enseignement et les tâches de façon à ce que les élèves, qu’ils travaillent en groupe ou individuellement, disposent de l’appui nécessaire tout au long du processus d’apprentissage
- exprimer sa pensée sous forme verbale de façon à donner l’exemple aux élèves pour ce qui est des stratégies de compréhension et de l’apprentissage de nouveaux concepts
- ménager un équilibre entre les activités individuelles, les activités en petit groupe et les activités avec la classe tout entière dans l’apprentissage
- faire participer les élèves à la définition des critères d’appréciation du rendement et d’évaluation
- fournir aux élèves des choix concernant leur façon de montrer leur compréhension, en fonction de leur style et de leurs préférences sur le plan de l’apprentissage, pour qu’ils puissent s’appuyer sur leurs forces individuelles et en proposant toute une gamme de niveaux de difficulté
- fournir fréquemment une rétroaction pertinente aux élèves tout au long de leurs activités d’apprentissage

STYLES ET PRÉFÉRENCES SUR LE PLAN DE L’APPRENTISSAGE

Les préférences sur le plan de l’apprentissage peuvent varier considérablement d’un élève à l’autre et sont à la fois illustrées et influencées par les différentes manières qu’ils ont de comprendre les informations, de les accueillir et de les traiter, de manifester leur apprentissage et d’interagir avec leurs camarades et avec leur milieu. Les préférences sur le plan de l’apprentissage sont également influencées par le contexte et la fonction de l’apprentissage et par le type et la forme des informations présentées et demandées. La plupart des élèves ont tendance à préférer un style d’apprentissage particulier et à connaitre une plus grande réussite si l’enseignement est conçu de façon à tenir compte de divers styles d’apprentissage, afin d’offrir à tous les élèves plus de possibilités d’accéder à l’apprentissage. Les trois styles d’apprentissage auxquels on fait le plus souvent référence sont les suivants :

- auditif (écouter des leçons présentées par l’enseignant ou discuter avec ses camarades)
- kinesthésique (utiliser du matériel de manipulation ou noter les choses sous forme écrite ou graphique/visuelle)
- visuelle (interpréter les informations avec des textes et des graphiques ou regarder des vidéos)

On peut s’attendre à ce que les élèves travaillent selon toutes les modalités d’apprentissage, mais on sait également que les élèves pris individuellement auront tendance à trouver telle modalité plus naturelle que telle autre.

ÉGALITÉ ENTRE LES FILLES ET LES GARÇONS

Il est important que le programme d’études respecte le vécu et les valeurs de tous les élèves et qu’il n’y ait aucun préjugé à l’encontre des filles ou des garçons dans les ressources pédagogiques et dans les méthodes d’enseignement. L’enseignant favorise l’égalité entre les filles et les garçons dans la salle de classe en mettant l’accent sur les aspects suivants :

- Il définit des attentes de niveau élevé pour tous les élèves.
- Il offre à tous les élèves des occasions égales de faire des suggestions et de répondre.
- Il donne lui-même l’exemple en utilisant un langage équitable et en faisant preuve de respect quand il écoute les élèves et interagit avec eux.

VALORISATION DE LA DIVERSITÉ : PRISE EN COMPTE DES DIFFÉRENCES CULTURELLES DANS L’ENSEIGNEMENT

L’enseignant comprend que les élèves ont tous un vécu et un bagage culturel différents et que chaque élève a des connaissances antérieures différentes sur lesquelles il s’appuie dans son apprentissage. L’enseignant s’appuie donc sur ce qu’il sait de ses élèves en tant qu’individus et en tient compte en adoptant diverses stratégies d’enseignement et d’évaluation qui prennent en compte les différences culturelles. « L’enseignement s’inscrit dans des contextes pertinents sur le plan social et les tâches sont pertinentes et pleines de sens pour les élèves dans leur vie. Ceci permet de pousser les élèves à se livrer à un travail de résolution de problèmes et de raisonnement de haut calibre et de renforcer leur motivation (FRANKENSTEIN, 1995; GUTSTEIN, 2003; LADSON-BILLINGS, 1997; TATE, 1995). » (HERZIG, 2005)

ÉLÈVES AYANT DES BESOINS SUR LE PLAN DE LA COMMUNICATION, DU LANGAGE ET DE L'APPRENTISSAGE

Dans la salle de classe d'aujourd'hui, on a des élèves en provenance de divers milieux, avec divers niveaux d'aptitude, à divers stades de développement et avec des besoins sur le plan de l'apprentissage. L'enseignant observe les élèves et interagit avec eux pendant qu'ils travaillent sur les tâches qu'il leur donne, ce qui lui permet de mettre en évidence les domaines dans lesquels il leur faut un soutien supplémentaire pour parvenir aux objectifs de l'apprentissage. L'enseignant peut alors proposer en réponse tout un éventail de stratégies d'enseignement. Lorsque le français est pour l'élève une langue additionnelle, il est possible qu'il faille lui proposer des résultats d'apprentissage d'un niveau différent ou des résultats d'apprentissage individualisés à titre temporaire, en particulier dans les domaines faisant appel au langage, en attendant que leur maitrise de la langue se développe. Dans le cas des élèves qui rencontrent des difficultés, il est important que l'enseignant fasse la distinction entre ceux pour qui c'est le contenu du programme qui présente des difficultés et ceux pour qui ce sont des problèmes de langue qui sont à la base de leurs difficultés scolaires.

ÉLÈVES DOUÉS ET TALENTUEUX

Certains élèves sont doués sur le plan scolaire et ont des talents relatifs à des aptitudes spécifiques ou dans des matières spécifiques. La plupart des élèves doués et talentueux s'épanouissent quand on leur propose un apprentissage centré sur les problèmes et axé sur l'interrogation, avec des activités ouvertes. L'enseignant peut motiver les élèves doués et talentueux en ajustant l'ampleur, la profondeur ou le rythme de l'enseignement. Il peut enrichir les activités d'apprentissage en leur offrant plus de choix dans les activités et en leur proposant tout un éventail de ressources plus exigeantes sur le plan cognitif, avec une réflexion d'ordre supérieur et différents niveaux de complexité et d'abstraction. Pour de plus amples renseignements, veuiller consulter le document L'éducation des élèves doués et le développement des talents (Ministère de l'Éducation de la Nouvelle-Écosse, 2010).

Liens entre les différentes matières du programme d'études

Il faudrait que l'enseignant profite des diverses occasions qui se présentent d'établir des liens entre les mathématiques et les autres matières. Ceci permet non seulement de montrer aux élèves l'utilité des mathématiques dans la vie quotidienne, mais également de renforcer leur compréhension des concepts mathématiques et de leur offrir des occasions de mettre en pratique leurs aptitudes mathématiques. Il y a de nombreuses occasions d'établir des liens entre les mathématiques et la santé, la littératie, la musique, l'éducation physique, les sciences, les sciences humaines et les arts visuels.

Le nombre (N)

RAG : On s'attend à ce que les élèves acquièrent le sens des nombres.

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage est quelque chose peut et devrait se faire au quotidien dans le cadre de l'enseignement. L'évaluation de l'apprentissage est également quelque chose qui devrait se produire fréquemment. Il convient d'utiliser tout un éventail d'approches et de contextes pour évaluer l'ensemble des élèves : collectivement en tant que classe, en groupes et individuellement.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles sont les méthodes et activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Que devrai-je faire pour assurer la concordance entre mes stratégies d'évaluation et mes stratégies d'enseignement?

Suivi sur l'évaluation

Il convient de définir l'enseignement en fonction des données rassemblées sur l'apprentissage à partir de la participation et des travaux des élèves.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?
- Donnez des exemples d'observations qu'on peut faire en temps voulu à l'intention des élèves.

Planification de l'enseignement

Pour avoir un bon programme de mathématiques, il est nécessaire de planifier l'enseignement afin qu'il se déroule de façon cohérente.

Planification à long terme

- Plan annuel disponible sur *Mathematics Learning Commons: Grades 7–9* à l'adresse : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Est-ce que la leçon concorde avec mon plan pour l'année ou le module?
- Comment incorporer les processus indiqués pour ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et expériences d'apprentissage devrais-je proposer pour favoriser la réalisation des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources didactiques devrais-je utiliser?
- Comment devrais-je m'y prendre pour répondre aux besoins des élèves dans toute leur diversité?

RAS N01 : On s'attend à ce que les élèves déterminent et expliquent pourquoi un nombre donné est divisible par 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 ou 10 et pourquoi on ne peut pas diviser un nombre par 0. [C, R]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

N01.01 Déterminer si un nombre donné est divisible par 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 ou 10 et expliquer pourquoi.
N01.02 Trier un ensemble donné de nombres selon leur divisibilité, en se servant d'outils de classement comme des diagrammes de Venn ou de Carroll.
N01.03 Déterminer les facteurs d'un nombre donné en se servant des règles de la divisibilité.
N01.04 Expliquer, à l'aide d'un exemple, pourquoi les nombres ne peuvent pas être divisés par 0.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 6	**Mathématiques 7**	**Mathématiques 8**
N03 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les concepts de facteur et de multiple en : • déterminant des multiples et des facteurs de nombres inférieurs à 100 • identifiant des nombres premiers et des nombres composés • résolvant des problèmes comportant des multiples et des facteurs.	**N01** On s'attend à ce que les élèves déterminent et expliquent pourquoi un nombre donné est divisible par 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 ou 10 et pourquoi on ne peut pas diviser un nombre par 0	**N01** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les carrés et les racines carrées sous forme concrète, imagée et symbolique (en se limitant aux nombres entiers). **N02** On s'attend à ce que les élèves déterminent la valeur approximative de la racine carrée de nombres qui ne sont pas des carrés (en se limitant aux nombres entiers).

Contexte

L'exploration des règles de la divisibilité offre une excellente occasion de développer le sens des nombres. Il est utile de connaitre les règles de la divisibilité pour le calcul mental et pour le développement généralement du sens des opérations. Lorsque les élèves maitrisent la divisibilité, ils sont mieux à même de trouver les facteurs et de comprendre les relations entre les nombres, de résoudre des problèmes, de trier des nombres, de travailler avec des fractions, de comprendre les pourcentages et les rapports et de travailler avec des équations algébriques. Lorsque les élèves arrivent facilement à trouver les facteurs, il leur est facile de mettre en évidence les nombres premiers, les nombres composés, les facteurs communs et les multiples et de trouver à la fois le plus grand commun diviseur (PGCD) et le plus petit commun multiple (PPCM). La compréhension de la divisibilité renforce la capacité qu'ont les élèves de renommer les fractions ayant des dénominateurs communs et de récrire les fractions en des termes plus simples, de sorte qu'il leur est plus facile de comparer des fractions et d'effectuer des opérations avec des fractions. Lorsqu'on peut diviser un dividende par un diviseur pour obtenir un quotient qui est un nombre entier (sans reste), alors le dividende est considéré comme divisible par le diviseur. Par exemple, 36 est **divisible** par 4, parce que le quotient est 9 sans reste. Le diviseur et le dividende sont des nombres entiers. Si un dividende est divisible par un diviseur, alors ce diviseur est un facteur du dividende. Par exemple, 36 est divisible par 4, ce qui signifie que 4 est un facteur de 36. Si le diviseur est un facteur du dividende, alors le dividende est un multiple du diviseur. Par exemple, 36 est un multiple de 4.

Aux niveaux scolaires antérieurs, les élèves ont développé leur compréhension des séquences et des régularités numériques. Ces régularités servent à développer les aptitudes en division de nombres plus élevés. On suppose que les élèves sont capables :

- de reconnaitre des régularités numériques dans des tableaux;
- de prolonger une table de valeurs à l'aide d'une régularité;
- de décrire les relations entre les termes figurant dans un tableau.

Si les élèves comprennent la valeur de position et ont des facilités quand il s'agit d'utiliser les stratégies et les faits en calcul mental, alors il sera plus aisé pour eux de trouver des régularités dans des multiples de facteurs, d'additionner les chiffres de multiples et de reconnaitre les nombres qui sont divisibles par un facteur donné. La maitrise de ces compétences aidera les élèves à découvrir les règles de la divisibilité, à comprendre et expliquer le fonctionnement de ces règles et à bien utiliser ces règles pour déterminer la divisibilité.

Les élèves ont exploré les régularités dans une table de multiplication en mathématiques de 4^{e} année et ont exploré les facteurs et les multiples en mathématiques de 6^{e} année. On s'appuie sur ces connaissances pour conduire les élèves à découvrir les règles de la divisibilité pour 2, 5 et 10. De plus, une fois que les élèves comprennent la divisibilité par 2 et par 3, ils peuvent se servir de ce savoir pour trouver un moyen de déterminer la divisibilité par 6. Il convient de considérer cela comme une occasion pour les élèves de résoudre des problèmes. Ils peuvent également déterminer si cette stratégie fonctionnera toujours pour d'autres nombres, comme 8 et 10.

En mathématiques de 7^{e} année, on ne s'attend pas à ce que les élèves fassent la décomposition en facteurs premiers. Il s'agit d'un indicateur de rendement pour la 8^{e} année dans l'étude des carrés et des racines carrées et d'un résultat d'apprentissage en 10^{e} année.

Pour éviter une règle arbitraire pour l'impossibilité de diviser par 0, utiliser des régularités pour la multiplication et la division.

Par exemple, $\frac{12}{4} = 3$ parce que $3 \times 4 = 12$

$\frac{10}{5} = 2$ parce que $5 \times 2 = 10$

$\frac{0}{4} = 0$ parce que $0 \times 4 = 0$

mais $\frac{4}{0} = ?$ parce que ? × 0 = 4 (pas de réponse)

Les règles de la divisibilité décrites ci-dessous sont là à titre informatif pour l'enseignant. On ne s'attend pas à ce que les élèves remplissent un tableau comme celui-ci. L'ordre suggéré pour l'enseignement des règles de la divisibilité est 2, 5, 10, 3, 6, 9, 4 et 8.

Règles de la divisibilité pour les facteurs communs — Ordre suggéré pour l'enseignement			
Divisible par	**Règle**	**Explication**	**Exemples et contrexemples**
2	Le nombre est pair, c'est-à-dire que le dernier chiffre est 2, 4, 6, 8 ou 0.	Les nombres pairs se composent de groupes de 2. Il est donc seulement nécessaire d'examiner les unités (c'est-à-dire le dernier chiffre) pour déterminer la divisibilité par 2.	238 est divisible par 2 parce que le chiffre des unités (8) est pair. 89 n'est pas divisible par 2 parce que le chiffre des unités (9) est impair.
5	Le chiffre des unités est 0 ou 5.	Utiliser la logique de la valeur de position. Tous les multiples de 5 se terminent par 0 ou 5. (0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, …)	130 est divisible par 5 parce qu'il se termine par 0. 89 n'est pas divisible par 5 parce que 89 ne se termine ni par 0 ni par 5.
10	Le chiffre des unités est 0.	Tous les multiples de 10 ont 0 comme chiffre des unités.	130 est divisible par 10 parce que le chiffre des unités (0) est 0. 89 n'est pas divisible par 10 parce que le chiffre des unités (9) n'est pas 0.
3	La somme des chiffres est divisible par 3. Additionner continuellement les chiffres jusqu'à ce qu'on arrive à un seul chiffre divisible par 3. (On finit par obtenir un total de 3, 6 ou 9.)	Utiliser la valeur de position et la logique des restes. Chaque centaine peut être divisée par 33 groupes de 3 et il reste 1. Chaque dizaine se divise par trois groupes de 3 et il reste 1. Les chiffres simples sont déjà des unités individuelles. Additionner toutes les unités restantes (ou restes). Si la somme se divise également par 3, alors c'est que le nombre de départ est divisible par 3. Par exemple, 573 s'écrit $5 \times 100 + 7 \times 10 + 3$ $= 5\,(99 + 1) + 7\,(9 + 1) + 3$ $= 5 + 7 + 3$ $= 15$ et on sait que 15 est divisible par 3.	354 est divisible par 3 parce que $3 + 5 + 4 = 12$ $1 + 2 = 3$ La somme des chiffres est 3, qui est divisible par 3. Par conséquent, 354 est divisible par 3. 238 n'est pas divisible par 3 parce que $2 + 3 + 8 = 13$ $1 + 3 = 4$ 4 n'est pas divisible par 3. Par conséquent, 238 n'est pas divisible par 3.

<table>
<tr><th colspan="4">Règles de la divisibilité pour les facteurs communs — Ordre suggéré pour l’enseignement</th></tr>
<tr><th>Divisible par</th><th>Règle</th><th>Explication</th><th>Exemples et contrexemples</th></tr>
<tr><td>6</td><td>Le nombre est pair et divisible par 3, c’est-à-dire que le nombre a à la fois 2 et 3 comme facteurs. (Il est divisible à la fois par 2 et par 3.)</td><td>Un multiple sur deux de 3 est aussi multiple de 2. Par conséquent, si le nombre est divisible par les facteurs premiers 2 et 3, il est nécessairement aussi divisible par 6, parce que deux groupes de 3 font un groupe de 6.</td><td>426 est divisible par 6 parce qu’il est divisible à la fois par 2 (il est pair) et par 3 (la somme de ses chiffres est divisible par 3).

153 n’est pas divisible par 6 parce qu’il n’est pas divisible par 2 (il est impair), mais il est divisible par 3 (la somme de ses chiffres est divisible par 3).</td></tr>
<tr><td>9</td><td>La somme des chiffres est divisible par 9. Le nombre est divisible par 3 deux fois.
(Rappel : 9 = 3 × 3.)</td><td>Utiliser la valeur de position et la logique des restes.

Chaque centaine peut être divisée par 11 groupes de 9 et il reste 1.

Chaque dizaine peut être divisée par un groupe de 9 et il reste 1.

Les chiffres simples sont déjà des unités individuelles.

Additionner toutes les unités restantes (ou restes). Si la somme se divise également par 9 ou par 3 deux fois, alors c’est que le nombre de départ est divisible par 9.</td><td>351 est divisible par 9 parce que, quand on divise 3 centaines par 9, il reste 3 unités; quand on divise 5 dizaines par 9, il reste 5 unités; et le reste pour les unités est 1.

Additionner les restes :
3 + 5 + 1 = 9. Comme la somme des unités est divisible par 9, cela signifie que le nombre de départ est aussi divisible par 9.

418 n’est pas divisible par 9 parce que, quand on divise 4 centaines par 9, il reste 4 unités; quand on divise 1 dizaine par 9, il reste 1 unité; et le reste pour les unités est 8.
Additionner les restes : 4 + 1 + 8 = 13. Comme 13 n’est pas divisible par 9, le nombre de départ n’est pas divisible par 9.</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Le nombre formé par les dizaines et les unités est divisible par 4. Autrement dit, le nombre formé par les dizaines et les unités est divisible par 2 deux fois.</td><td>Utiliser la valeur de position.

100 est la plus petite position divisible par 4 (100 ÷ 4 = 25). Tout nombre supérieur à 100 peut s’exprimer en x centaines. Il suffit donc d’examiner les chiffres des dizaines et des unités.</td><td>524 est divisible par 4 parce que 100 est divisible par 4. Donc 5 x 100 est divisible par 4. 24 est divisible par 2 deux fois, ce qui signifie qu’il est divisible par 4.

490 n’est pas divisible par 4. Même si 4 × 100 est divisible par 4, 90 n’est pas divisible par 2 deux fois, donc n’est pas divisible par 4.</td></tr>
</table>

Règles de la divisibilité pour les facteurs communs — Ordre suggéré pour l'enseignement			
Divisible par	**Règle**	**Explication**	**Exemples et contrexemples**
8	Le nombre formé par les centaines, les dizaines et les unités est divisible par 8. Autrement dit, le nombre formé formé par les centaines, les dizaines et les unités est divisible par 2 trois fois.	Utiliser la valeur de position. 1000 est la plus petite valeur de position divisible par 8 (1000 ÷ 8 = 125). Tout nombre supérieur à 1000 peut s'exprimer en *x* milliers. Il suffit donc d'examiner les chiffres des centaines, des dizaines et des unités.	7480 est divisible par 8 parce que 480 est divisible par 2 trois fois (480 ÷ 2 = 240; 240 ÷ 2 = 120; 120 ÷ 2 = 60). 220 n'est pas divisible par 8 parce que 220 n'est pas divisible par 2 trois fois. (220 ÷ 2 = 110, 110 ÷ 2= 55, 55 n'est pas divisible par 2.) Donc 220 n'est pas divisible par 8.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

Les élèves devraient pouvoir faire un choix dans une panoplie de stratégies de calcul mental pour l'addition, la soustraction, la multiplication et la division.

- Dites aux élèves de décrire et d'appliquer des stratégies de calcul mental :
  - compter par sauts à partir d'un fait connu
  - doubler ou diviser en deux moitiés
  - doubler de façon répéter

- Demandez aux élèves de définir un nombre avec cinq facteurs.

- Dites aux élèves de dessiner des figures (rectangles, arbres de facteurs, etc.) pour montrer pourquoi un nombre donné est ou n'est pas un nombre premier (10, 17, 27, etc.).

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Détermine si un nombre donné est divisible par 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 ou 10.
- Détermine les facteurs d'un nombre donné à l'aide des règles de la divisibilité.
- Explique, à l'aide d'un exemple, pourquoi on ne peut pas diviser un nombre par 0.
- Crée un nombre à trois chiffres qui est divisible à la fois par 4 et par 5. Est-il également divisible par 2 et par 8?

- Complète chaque nombre en remplaçant chaque vide par un chiffre. Explique pourquoi tu sais que ta réponse est correcte :
  - 26_ est divisible par 10
  - 154_ est divisible par 2
  - _6_ est divisible par 6
  - 26_ est divisible par 3
  - 1_2 est divisible par 9
  - 15_ est divisible par 4
- On organise une fête à laquelle il y aura 138 personnes. Détermine si l'on peut les répartir par tables de cinq personnes. Par tables de six personnes? Justifie ta réponse en utilisant les règles de la divisibilité.
- Choisis trois nombres divisibles à la fois par 6 et par 9. Trouve le nombre le plus petit (autre que 1) par lequel les nombres choisis sont divisibles. Communique tes réponses à la classe et discutez-en.
- Chacun des quatre amis d'Eli a un code numérique. Le nombre de Keile est divisible par 3, 5 et 8. Le nombre de Max est divisible par 2 et 3. Le nombre de Jennifer est divisible par 4 et 5, mais pas par 3. Le nombre de Ben est divisible par 3 et 5, mais pas par 8. Eli reçoit un message avec le code numérique 5384 d'un de ses quatre amis. Détermine qui a envoyé le message.
- Détermine si chacun des énoncés suivants est vrai ou faux et trouve un exemple justifiant ta réponse :
  - Tous les nombres divisibles par 6 sont aussi divisibles par 3.
  - Certains des nombres divisibles par 6 (mais pas tous) sont divisibles par 3.
  - Aucun nombre divisible par 6 n'est divisible par 3.
  - Tous les nombres divisibles par 3 sont divisibles par 6.
  - Certains des nombres divisibles par 3 (mais pas tous) sont divisibles par 6.
  - Aucun nombre divisible par 3 n'est divisible par 6.
- Explique pourquoi il n'est pas possible de calculer 12 ÷ 0.
- La directrice de l'École du Grand Parc doit déterminer le nombre de classes d'élèves de 7e année dans son école. Discute des règles de la divisibilité qu'on peut utiliser pour déterminer le nombre possible de classes qu'il pourrait y avoir si on avait 240 élèves de 7e année et si toutes les classes avaient le même nombre d'élèves.
- Remplis le tableau suivant et explique en quoi le tableau montre que la division par 0 n'est pas possible.

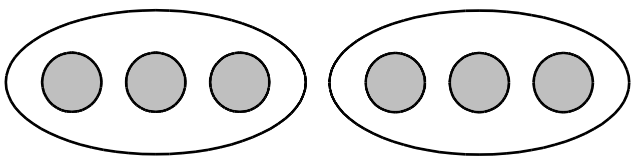
Division	Multiplication apparentée
6 ÷ 6 ÷ 2 = 3	3 × 3 x 2 = 6
10 ÷ 10 ÷ 5 = 2	2 × 2 x 5 = ___
14 ÷ 14 ÷ 2 = ___	2 × 2 x 7 = 14
15 ÷15 ÷ ___ = 5	3 × 3 x 5 = 15
___ ÷____ ÷ 8 = 3	3 × 3 x 8 = ___
12 ÷ 12 ÷ 0 = ____	0 × $0\ x$ 0 x ___ = 12

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Organiser l'enseignement de façon à ce que les élèves apprennent les règles de la divisibilité par eux-mêmes grâce à leur travail d'exploration.
- Pour certaines règles de la divisibilité (par exemple, la règle de la divisibilité par 4), explorer les raisons pour lesquelles elles fonctionnent.
- Montrer aux élèves des nombres au hasard. Demander aux élèves de déterminer les nombres par lesquels ces nombres sont divisibles.
- Utiliser une grille de 100 pour explorer des régularités faisant intervenir des multiples.
- L'emploi du sens de « soustraction répétée » de la division aidera les élèves à comprendre pourquoi les nombres ne peuvent être divisés par zéro. Avec 20 ÷ 5, par exemple, les élèves devraient comprendre qu'on peut soustraire 5 à 20 quatre fois (20 – 5 – 5 – 5 – 5 = 0). Avec 6 ÷ 0, les élèves devraient déterminer que, quel que soit le nombre de fois qu'ils soustraient 0, ils auront toujours 6. Comme il n'y a pas de réponse, 6 ÷ 0 reste indéfini.
- On peut visualiser la division par 0 à l'aide de jetons. Par exemple, avec 6 ÷ 3, combien de groupes de 3 y a-t-il dans 6? Les élèves séparent 6 jetons en 2 groupes de 3.



Avec 6 ÷ 0, les élèves verront qu'il est impossible de séparer les 6 jetons en groupes de 0. Voici d'autres manières de montrer qu'il est impossible de diviser par 0 :

- Lorsqu'on essaie de diviser un nombre par zéro sur une calculette, on a un message d'erreur.
- L'application de l'acte consistant à diviser débouche sur une situation impossible.

Exemple :

Si vous avez une quantité *x*, combien de groupes de zéro pouvez-vous faire? Vous continuerez à tenter de faire des groupes de zéro pendant une éternité. Si vous deviez répartir un nombre d'articles en zéro groupe, vous n'auriez aucun groupe pour la répartition. Les deux scénarios sont impossibles. L'utilisation de la régularité et de la logique des faits apparentés ne fournit aucune solution pour la division par zéro. La multiplication et la division sont des opérations opposées. Réfléchissez à des énoncés comme les suivants :

4 x 2 = 8 et 8 ÷ 4 x 2 = 8 et 8 ÷ 4 = 2

0 x ? = 8 et 8 ÷ 0 = ? (Il n'y a pas de réponse.)

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Explorez l'utilisation d'une calculette en guise d'outil pour tester la divisibilité. Il faudrait que les élèves prennent conscience du fait que le test de divisibilité sur une calculette consiste à diviser pour voir si le quotient est un nombre entier ou un nombre décimal.
- Explore les règles de la divisibilité pour 3, 6 et 9. Écris les 10 premiers multiples de 3. Que remarques-tu au sujet du nombre? Si aucun élève ne mentionne la somme des chiffres, demandez-

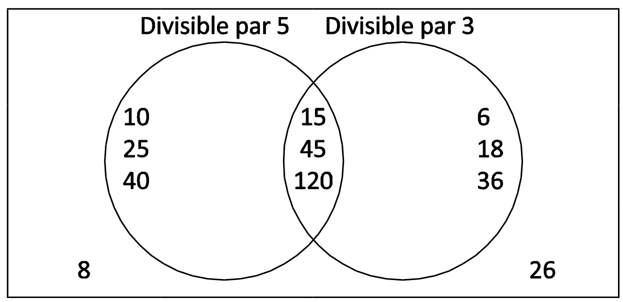
leur de trouver la somme des chiffres et de décrire ce qu'ils remarquent. Quels sont les nombres dans la même liste qui sont divisibles par 6? Que remarques-tu au sujet de ces nombres? Teste tes conclusions en utilisant des nombres comme 393, 504 et 5832.

- Trie un ensemble donné de nombres en te basant sur leur divisibilité, avec des outils d'organisation graphique, comme des diagrammes de Venn et de Carroll.
- D'après ce que tu as découvert, penses-tu qu'il devrait y avoir une règle pour la divisibilité par zéro? Justifie ta réponse.
- Dites aux élèves de remplir le tableau suivant avec différents nombres :

Nombre	Est-il divisible par 2? Qu'est-ce qui vous permet de le dire?	Est-il divisible par 3? Qu'est-ce qui vous permet de le dire?	Est-il divisible par 4? Qu'est-ce qui vous permet de le dire?	Est-il divisible par 5? Qu'est-ce qui vous permet de le dire?	Est-il divisible par 6? Qu'est-ce qui vous permet de le dire?	Est-il divisible par 8? Qu'est-ce qui vous permet de le dire?	Est-il divisible par 9? Qu'est-ce qui vous permet de le dire?	Est-il divisible par 10? Qu'est-ce qui vous permet de le dire?

- Crée un diagramme de Carroll ou de Venn pour trier les nombres suivants selon les règles de la divisibilité par 3 et 5 : 6, 8, 10, 15, 18, 25, 26, 36, 40, 45, 120. Prolongement : Quels sont les nombres qui sont aussi divisibles par 15?

Diagramme de Carroll	Divisible par 3	Pas Divisible par 3
Divisible par 5	15 45 120	10 25 40
Pas Divisible par 5	6 36 18	8 26



Suggestions de modèles et d'articles à manipuler

- calculette
- carreaux multicolores
- grille de 100
- diagramme de Carroll
- diagramme de Venn

LANGAGE MATHÉMATIQUE

ENSEIGNANT	ÉLÈVE
▪ diagramme de Carroll ▪ dividende ▪ divisibilité ▪ divisible ▪ diviseur ▪ facteur ▪ multiple ▪ produit ▪ quotient ▪ diagramme de Venn	▪ diagramme de Carroll ▪ dividende ▪ divisibilité ▪ divisible ▪ diviseur ▪ facteur ▪ multiple ▪ produit ▪ quotient ▪ diagramme de Venn

Ressources/Notes

Imprimé

Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Module 1 – Les régularités et les relations (n° NSSBB : 2001640)
  - Section 1.1 – Les régularités de la division
  - Section 1.2 – D’autres régularités de la division
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001641)
  - fiches d’évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (no NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l’élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

RAS N02 : On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent l’addition, la soustraction, la multiplication et la division de nombres décimaux et leur application pour résoudre des problèmes. (Pour les diviseurs à plus d’un chiffre et les multiplicateurs à plus de deux chiffres, on s’attend à ce que les élèves utilisent les appareils technologiques.) [CM, RP, T]
[C] Communication [RP] Résolution de problèmes [L] Liens [CM] Calcul mental et estimations [T] Technologie [V] Visualisation [R] Raisonnement

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d’indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d’apprentissage spécifique correspondant.

N02.01 Se servir d’estimations pour déterminer la valeur de position appropriée quand on calcule la somme ou la différence.
N02.02 Se servir d’estimations pour déterminer la valeur de position appropriée quand on calcule le produit.
N02.03 Se servir d’estimations pour déterminer la valeur de position appropriée quand on calcule le quotient.
N02.04 Représenter sous forme concrète, imagée et symbolique la multiplication et la division de nombres décimaux.
N02.05 Créer et résoudre un problème donné qui comprend l’addition d’au moins deux nombres décimaux.
N02.06 Créer et résoudre un problème donné qui comprend la soustraction de nombres décimaux.
N02.07 Créer et résoudre un problème donné qui comprend la multiplication de nombres décimaux.
N02.08 Créer et résoudre un problème donné qui comprend la division de nombres décimaux.
N02.09 Résoudre un problème donné qui comprend la multiplication par des multiplicateurs à deux chiffres ou la division par des diviseurs à un chiffre (nombres entiers ou décimaux) de nombres décimaux sans l’aide de la technologie.
N02.10 Résoudre un problème donné qui comprend la multiplication par des multiplicateurs à plus de deux chiffres ou la division par des diviseurs à plus qu’un chiffre (nombres entiers ou décimaux) de nombres décimaux sans l’aide de la technologie.
N02.11 Vérifier la vraisemblance de solutions à l’aide d’estimations.
N02.12 Résoudre un problème donné comportant des opérations sur des nombres décimaux, en se limitant aux millièmes et en tenant compte de la priorité des opérations.

Portée et ordre des résultats d’apprentissage

Mathématiques 6	**Mathématiques 7**	**Mathématiques 8**
N01 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris la valeur de position pour des nombres : • supérieurs à un million • inférieurs à un millième **N08** On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris la multiplication et la division de nombres décimaux (où le multiplicateur est un nombre	**N02** : On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent l’addition, la soustraction, la multiplication et la division de nombres décimaux et leur application pour résoudre des problèmes. (Pour les diviseurs à plus d’un chiffre et les multiplicateurs à plus de deux chiffres, on s’attend à ce que les élèves utilisent les appareils technologiques.)	-

naturel à un chiffre et le diviseur est un nombre naturel à un chiffre). **N09** On s’attend à ce que les élèves sachent expliquer et appliquer la priorité des opérations, les exposants non compris, avec et sans l’aide de la technologie (se limitant à l’ensemble des nombres naturels).		

Contexte

Lors du travail sur les opérations faisant intervenir des nombres entiers ou décimaux, il faudrait que les élèves utilisent, selon ce qui est approprié, une technique de calcul mental, un algorithme ou une calculette. Il faut que les élèves comprennent la relation entre les opérations sur les nombres entiers ou décimaux et notamment la priorité des opérations. Il convient de mettre l’accent sur la valeur de position et sur l’estimation. Il n’est pas recommandé d’utiliser des énoncés susceptibles de déboucher sur des idées fausses chez les élèves et de mettre l’accent sur la mémorisation des règles au lieu de la compréhension des concepts. Voici un exemple d’énoncé pouvant déboucher sur des idées fausses : « Diviser par 100, c’est déplacer la virgule décimale de deux positions vers la gauche. » En réalité, la virgule ne bouge pas. C’est la valeur de position des chiffres qui change.

L’enseignement ne se concentre pas sur la simple maitrise des règles de procédure, mais sur la compréhension des concepts. Il est important d’utiliser un contexte de résolution de problèmes pour bien faire comprendre la pertinence des opérations. Pour encourager les élèves à utiliser les autres méthodes de calcul qu’ils ont apprises aux niveaux scolaires précédents, présentez l’addition et la soustraction horizontalement et verticalement. Il faudrait que les élèves puissent choisir les algorithmes qu’ils préfèrent lorsqu’ils font des calculs papier-crayon. Il est important de respecter les algorithmes que les élèves ont appris, mais, s’ils ne sont pas efficaces, guidez les élèves pour qu’ils utilisent des méthodes plus appropriées.

Les principes que les élèves ont utilisés antérieurement avec les opérations, les estimations, les modèles et les algorithmes pour les nombres entiers s’appliquent également aux nombres décimaux. Il est conseillé de mettre l’accent sur le sens des nombres avant d’aborder les procédures pour les opérations. Si les élèves ont des difficultés avec les opérations sur les nombres décimaux, assurez-vous qu’ils comprennent bien la valeur de position et le rôle de la virgule. Il convient de mettre l’accent sur la valeur de position et sur l’estimation.

Il convient d’encourager autant que possible les élèves à faire les calculs mentalement. Pour les calculs papier-crayon, on commence généralement à droite et on progresse vers la gauche. Pour les additions mentales, les élèves peuvent commencer à gauche et progresser vers la droite.

Pour calculer 1,7 + 3,6, se dire :
1 + 3 = 4
7 dixièmes + 6 dixièmes = 13 dixièmes ou 1 et 3 dixièmes
4 + 1 et 3 dixièmes = 5,3
ou bien
pour calculer 1,7 + 3,6 mentalement, on peut utiliser la stratégie des dizaines. Diviser 3,6 en 0,3 et 3,3.
1,7 + 0,3 = 2,0
2,0 + 3,3 = 5,3

Lorsqu'on additionne des nombres comme 4,2 et 0,23, il faut ajouter les valeurs de position correspondantes. Les élèves font souvent l'erreur consistant à faire l'addition chiffre par chiffre en commençant « à la fin » mais sans tenir compte de la valeur de position. Par exemple, si on additionne chiffre par chiffre 4,2 et 0,23, on obtient une réponse fausse (0,65) au lieu de la réponse correcte, qui est 4,43. Dans les calculs sur des nombres décimaux, il convient de faire une estimation de départ pour que l'élève se fasse une idée de la taille de la réponse. Avec cette simple stratégie, les élèves effectuent les opérations de gauche à droite en n'utilisant que la partie de chaque valeur qui est un nombre entier. Pour déterminer la somme 9,2 + 3,5 + 12,72, les élèves font une estimation en additionnant 9 + 3 + 12, soit 24. De même, pour trouver la différence 14,31 – 5,2 – 3,6, les élèves font une estimation avec 14 – 5 – 3 = 6. Une fois que l'estimation est faite, il faut faire le calcul proprement dit.

Dites aux élèves d'apprendre à utiliser l'estimation pour déterminer si leur calcul est raisonnable, étant donné la position de la virgule. Il convient d'utiliser l'estimation pour se faire une idée de la taille de la réponse pour tous les calculs faisant intervenir des nombres décimaux. Par exemple, on peut arrondir chacun des nombres décimaux dans 2,8 x 8,3 pour aboutir à une estimation de 24 (soit 3 x 8). Une fois que le recours à l'estimation sera automatique chez les élèves, lorsqu'ils seront confrontés à un calcul, ils ne dépendront pas de leur capacité de se rappeler la règle consistant à compter le nombre de positions après la virgule. Dans de nombreuses situations concrètes faisant intervenir des nombres décimaux (calcul du pourboire au restaurant, calcul de la moyenne du nombre de points ou de gens, achat d'articles vendus au volume ou à la surface, etc.), il est souvent préférable d'avoir des estimations plutôt que des calculs précis. Les situations faisant intervenir un grand nombre de chiffres après la virgule et exigeant des réponses précises sont souvent des situations de nature technique et, pour ces réponses, on utilise la technologie. Comme les estimations sont quelque chose de courant dans la vie de tous les jours, elles constituent une approche pertinente de l'enseignement des opérations avec des nombres décimaux.

La multiplication et la division de deux nombres produiront le même nombre de chiffres, quelle que soit la position de la virgule. Par exemple, 12 x 12 = 144, 12 x 1,2 = 14,4 et 1,2 x 1,2 =1,44. Du coup, pratiquement, il n'y a pas de raison de faire acquérir de nouvelles règles pour la multiplication et la division de nombres décimaux. On peut faire le calcul sur des nombres entiers et utiliser l'estimation pour positionner la virgule.

Lorsque les élèves comprennent que les opérations sont des actions, ils sont en mesure de les représenter sous forme concrète ou imagée. Exemples d'actions :

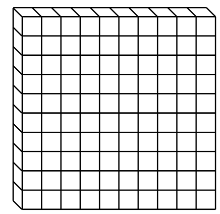
- l'addition en tant qu'opération de « combinaison »;
- la soustraction en tant qu'opération consistant à enlever quelque chose;
- la multiplication en tant qu'« addition répétée » ou « *x* groupes d'un nombre »;
- la division en tant que « soustraction répétée », « séparation d'un nombre en groupes » ou détermination du nombre de groupes de *x* qu'il y a dans un nombre.

On peut utiliser des articles à manipuler pour représenter les nombres décimaux. On peut représenter visuellement les opérations à l'aide de droites numériques, de tapis-compteurs ou de papier quadrillé.

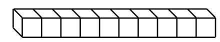
Lorsqu'on représente des nombres décimaux à l'aide de blocs de base 10, il est nécessaire de définir l'article à manipuler qui représentera 1.

Exemple 1 :

Si une plaque représente 1

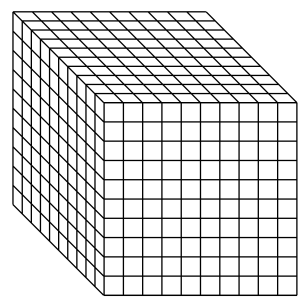


alors une barre représente un dixième ($\frac{1}{10}$ ou 0,1)

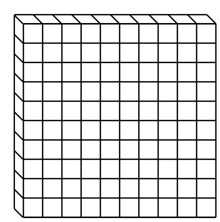


et un cube représente un centième ($\frac{1}{100}$ ou 0,01)

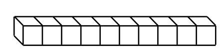
Exemple 2 :
Si un gros bloc représente 1,



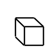
une plaque représente un dixième ($\frac{1}{10}$ ou 0,1)



un bâton représente un centième ($\frac{1}{100}$ ou 0,01)

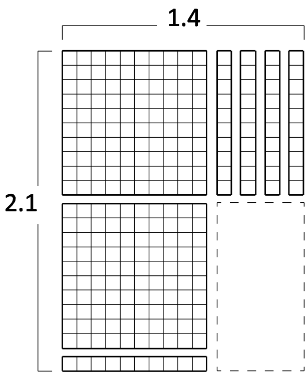


et un cube représente un millième ($\frac{1}{1000}$ ou 0,01)

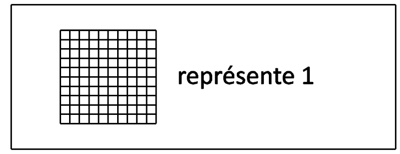


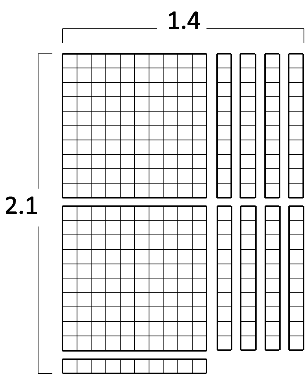
Les élèves ont utilisé les blocs de base 10 aux niveaux scolaires précédents pour modéliser la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier. En mathématiques de 7^{e} année, on peut utiliser les blocs de base 10 pour modéliser la multiplication de deux nombres décimaux, selon les nombres concernés. Quand le problème est de déterminer le cout de 2,5 kg de fromage à 4,50 $/kg, on peut utiliser la séparation en parties et le calcul mental. Lorsque le problème est « quelle est l'aire d'une terrasse rectangulaire mesurant 1,4 m fois 2,1 m », on peut le modéliser et le résoudre à l'aide de blocs de base 10.

On va désormais élargir le modèle avec le bloc de base 10 pour faire des multiplications à deux chiffres, en modélisant 2,1 x 1,4 (la plaque représentant 1).



Les dimensions du rectangle sont 1,4 et 2,1. L'aire du rectangle représente le produit de ces nombres.



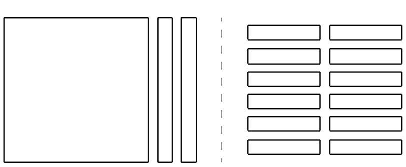


Après avoir complété la région, nous déterminons la réponse en comptant deux planchettes (chacune représentant 1), 9 réglettes (chacune représentant un dixième) et 4 cubes unités (chacun représentant un centième).

Les élèves peuvent utiliser une estimation de départ pour vérifier si la réponse est vraisemblable. Lors de la multiplication de 2,1 x 1,4, les élèves obtiennent comme résultats 2,94, 29,4 ou 294. L'estimation de départ (2 x 1 = 2) indique que la réponse est proche de 2, de sorte que 29,4 et 294 ne sont pas des réponses vraisemblables. On s'attend à ce que les élèves utilisent des articles à manipuler et des algorithmes quand ils multiplient des nombres décimaux à deux chiffres. Lors de la résolution de problèmes faisant intervenir des nombres plus complexes, on peut utiliser la technologie.

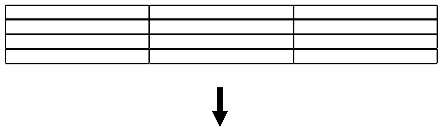
Aux niveaux scolaires précédents, les élèves ont aussi utilisé les blocs de base 10 pour diviser un nombre décimal par un nombre entier. On élargit désormais le modèle pour résoudre des problèmes faisant intervenir des diviseurs à une décimale. On se concentre sur l'utilisation de la division de nombres décimaux dans le contexte de la résolution de problèmes. Par exemple, on a acheté 1,2 m de tissu pour créer des bannières. Sachant que chaque bannière utilise 0,4 m de tissu, combien de bannières peut-on produire? Les élèves peuvent représenter le problème en divisant 1,2 en groupes de 0,4.

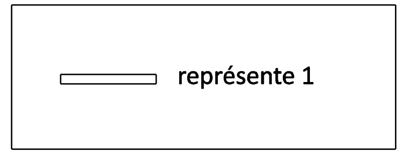
Modéliser 1,2 ÷ 0,4 **Divise le bloc qui représente 1 en dixièmes**



Comme on ne peut pas créer un rectangle de dimension 0,4 avec des éléments d'un dixième ou de deux dixièmes, on a échangé le bloc représentant 1 contre 10 dixièmes.

Dispose les blocs dans une forme rectangulaire ayant une hauteur de 0,4





L'aire du rectangle est de 1,2 et sa hauteur est de 0,4. Le quotient est représenté par sa longueur. La longueur est 3 donc 1,2 ÷ 0,4 = 3

Les élèves trouveront peut-être l'estimation difficile quand le diviseur est inférieur à 1. On peut utiliser la technologie pour résoudre les problèmes de division faisant intervenir un diviseur avec plus d'une décimale.

En mathématiques de 6e année, les élèves ont utilisé la priorité des opérations (à l'exclusion des puissances), mais en se limitant aux nombres entiers. On va désormais élargir le concept aux calculs avec des nombres décimaux. Rappel : Pour les diviseurs à plus d'une décimale ou les multiplicateurs à deux décimales, on recommande d'utiliser la technologie. Lorsque les élèves n'utilisent pas la technologie, il convient d'utiliser des nombres « faciles » pour lesquels il n'est pas nécessaire d'avoir recours à la calculette.

La priorité des opérations est nécessaire pour garantir des résultats cohérents. Il est important de fournir aux élèves divers contextes dans lesquels ils prendront conscience de la nécessité de la priorité des opérations, par exemple calculer le cout total des billets pour une famille avec deux parents et trois enfants qui veut aller au théâtre, sachant que les billets pour enfants coutent 8,50 $ et les billets pour adultes coutent 14,80 $. Les élèves écriront une expression comme C = 3 x 8,50 $ + 2 x 14,80 $. Discutez avec eux de ce qu'ils devraient faire pour déterminer le total et reliez la discussion à la priorité des opérations.

Il faudrait que les élèves indiquent qu'il serait nécessaire de trouver le total pour les adultes et le total pour les enfants, puis de faire la somme. Il ne serait donc pas logique de faire le calcul de gauche à droite :

3 × 8,50 $ + 2 × 3 × 8,50 $ + 2 x 14,80 $
25,50 $ + 2 × 25,50 $ + 2 x 14,80 $
27,50 $ × 27,50 $ × 14,80 $
407,00 $

Avec un tel exemple, on souligne la nécessité de respecter la priorité des opérations.

En mathématiques de 7e année, la priorité des opérations se présente comme suit :

- parenthèses
- division/multiplication (de gauche à droite)
- addition/soustraction (de gauche à droite)

Les puissances seront abordées à un niveau scolaire supérieur.

Il convient de leur apprendre à respecter la priorité des opérations lors de l'utilisation d'une calculette. Il faudrait que les élèves prennent conscience de la nécessité de préparer les problèmes avant de saisir les opérations sur la calculette. Il faudrait aussi qu'ils se rendent compte que les calculettes ne traitent pas toutes la priorité des opérations de la même manière. Certaines calculettes sont programmées de façon à gérer automatiquement la priorité des opérations, tandis que les autres ne le sont pas. Les élèves peuvent faire un calcul à la fois et prendre en note les résultats. Ainsi, s'ils font une erreur, il sera facile de déterminer où. Ils peuvent aussi insérer des parenthèses pour se rappeler l'ordre correct dans lequel il faut exécuter les opérations.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

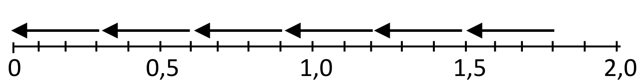
ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

- Posez aux élèves les questions suivantes :
  - Fais une estimation de 6 × 6,19 $.
  - Quel est environ le produit de 8 et de 3,12?
  - Fais une estimation de 3 × 4,1.
  - Quelle est environ l'aire d'un rectangle de 6 cm × 4,5 cm?
  - Combien environ Yung Kim gagne-t-il s'il travaille pendant 7 heures à un salaire horaire de 10,45 $/h?
- Demandez aux élèves de calculer une expression faisant intervenir la priorité des opérations, puis de décrire ce qui se serait passé s'ils n'avaient pas respecté la priorité. Les élèves peuvent, par exemple, décrire une solution fausse.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez d'utiliser les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Crée des problèmes énoncés sous forme textuelle faisant intervenir l'addition, la soustraction, la multiplication et la division, en t'assurant que pour tous ces problèmes la solution est 4,2.
- Dessine un modèle ou construis une maquette illustrant 4 x 3,45 et aussi pour trouver le résultat de 5,28 ÷ 4.
- Montre le lien entre le résultat de 423 ÷ 3 et le résultat de 42,3 ÷ 3.
- Utilise un modèle pour montrer pourquoi 4,2 ÷ 0.2 donne la même chose que 42 ÷ 2.
- Pourquoi est-il possible de trouver plus facile de diviser 8,8 par 0,2 que 1,1 par 0,3?
- Réagis à l'énoncé suivant : Jade dit que 3,45 x 4 doit faire 1,380. Il n'y a qu'un chiffre avant la virgule dans 3,45, alors il ne doit y avoir qu'un chiffre avant la virgule dans le produit.
- On multiplie deux nombres décimaux. Le produit fait 0,48. Quels ont pu être ces deux nombres? Propose deux autres paires de facteurs.
- Explique en quoi le schéma ci-dessous montre que 1,8 ÷ 0.3 = 6



- Dessine un quadrilatère dont le périmètre fait 16,3 cm et aucun côté n'est un nombre entier.
- Que signifie le reste quand on divise 4,1 par 4?

- Utilise une estimation de départ pour déterminer la position de la virgule dans les produits suivants :
  - 7,8 x 3,2 = 2496
  - 28,39 x 2,4 = 68 136
- Résous le problème suivant à l'aide de la technologie. Explique pourquoi tu penses que la virgule est à la bonne position :
  - Jolene a acheté 11,8 L d'essence pour sa motoneige. L'essence coute 1,34 $ par litre. Combien Jolene a-t-elle payé pour l'essence?
- Utilise une estimation de départ pour déterminer la position de la virgule dans les quotients suivants :
  - 39,06 ÷ 4,2 = 93
  - 58,5 ÷ 3,9 = 15
- Détermine combien de fois on peut utiliser un verre de 0,3 L pour remplir une bouteille d'eau de 1,5 L.
- Utilise la technologie pour résoudre des problèmes comme les suivants, puis explique ce qui te permet de dire que la virgule est à la bonne place : Jean a payé 4,92 $ pour une caisse de 32 bouteilles d'eau pour le camping. Combien a-t-il payé par bouteille?
- Réponds à la question suivante : Carole a utilisé sa calculette pour faire chacun des calculs suivants. Est-ce qu'elle devrait accepter la réponse dans chaque cas? Pourquoi ou pourquoi pas?
  - 24,29 x 3,8 = 923,02
  - 8,9 x 0,4 = 3,56
  - 36,54 ÷ 2,9 = 12,6
  - 8,76 ÷ 0,4 = 21,9
- Compare le résultat de 4 x 7 – 3 x 6 au résultat de 4 x (7 – 3) x 6. Les solutions sont-elles identiques ou différentes? Justifie ta réponse.
- Rédige une expression, puis calcule la réponse à la question suivante : Chris a constaté que l'auditoire pour les parties de hockey au stade au cours des neuf derniers jours a été respectivement de 2787, 2683, 3319, 4009, 2993, 3419, 4108, 3539 et 4602 personnes. Sachant que les billets étaient en vente à 12,75 $ l'unité et que les dépenses se sont élevées à 258 712,00 $, quel a été le bénéfice engrangé pour le stade?
- Rédige une expression pour chacun des énoncés suivants, puis utilise l'expression pour répondre à la question. M^{me} Jeanne a acheté les articles suivants pour son projet : 5 planches de carton comprimé à 8,95 $ l'unité; 20 planches de bois à 2,95 $ l'unité; et 2 litres de peinture à 9,95 $. Quel a été le cout total? Le montant total des ventes de Jim le 29 avril s'élève à trois fois la somme de 34,95 $ et de 48,95 $. Après soustraction de ses dépenses, qui s'élevaient à 75,00 $, quel a été son bénéfice?
- Indique où mettre les parenthèses pour que la réponse soit correcte. Montre les calculs pour prouver que ta réponse est correcte.

  4 + 6 × 8 – 3 = 77

  26 – 4 × 4 – 2 = 18

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Utiliser des régularités pour aider les élèves à comprendre le positionnement de la virgule dans le produit de deux nombres décimaux. Par exemple, 9 x 7 = 63 donc 9 x 0,7 (soit 7 dixièmes) = 6,3, soit 63 dixièmes.
- Utiliser le modèle pour le calcul de l'air concrètement (avec des blocs de base 1) ou sous forme imagée (avec du papier quadrillé ou un tableau). Lorsque les élèves envisagent la multiplication par un nombre décimal, il faut qu'ils soient conscients du fait que 0,8 fois quelque chose, c'est presque le montant (mais pas tout à fait) et que 2,4 fois un montant, c'est deux fois le montant avec presque la moitié du montant ajoutée ensuite.
- Utiliser des problèmes sous forme de récits pour proposer aux élèves un contexte pertinent pour l'exécution de calculs complexes.
- Se concentrer sur des stratégies comme l'arrondissement et l'estimation de départ. Exemples :
  - Arrondir : 789,6 ÷ 89, se dire : « 90 multiplié par quel nombre donnerait une réponse proche de 800? » Estimation de départ : 6,1 x 23,4 peut être considéré comme 6 x 20 (120) plus 6 x 3 (18) plus un petit peu plus, soit 140. Ou bien 6 x 25 = 150.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Décris comment calculer 3 x 1,25 en considérant qu'il s'agit d'argent.
- Décris la situation en faisant référence à de l'argent : 2,40 ÷ 0,1 = 24 (24 pièces de 10 sous pour faire 2,40 $).
- Mettez-vous par deux et échangez des stratégies pour faire des estimations dans diverses situations :
  - 6,1 m de tissu à 4,95 $ le mètre
  - aire d'un terrain de 24,78 m x 9,2 m
  - 0,5 d'une corde d'une longueur de 20,6 m
  - 9,7 kg de bœuf à 4,59 $/kg
  - 4,38 kg de poisson à 12,59 $/kg
- À partir de diverses questions de division produisant un reste, explore le sens des restes et discutes-en.
- Fais des estimations des sommes ou différences suivantes. Calcule ensuite les réponses et compare-les aux estimations.
  - 4,6 + 11,8 + 15,3
  - 19,6 – 15,9 – 1,7
- Affiche la multiplication de deux facteurs à l'aide d'un tableau ouvert, comme dans l'exemple ci-dessous. Pour trouver le produit global, fais la somme des produits partiels dans le tableau. Les

nombres figurant à l'extérieur du tableau peuvent être ajustés différemment pour obtenir des nombres « faciles » à multiplier.

	2	0,4
3	6	1,2
0,7	1,4	0,28

- Additionne ou soustrais les nombres suivants mentalement et explique ta démarche :
  - 6,4 + 1,8
  - 4,75 – 1,32
- Germaine épargne de l'argent pour s'acheter de l'équipement pour faire de la planche à roulettes. Elle a un billet de 100 dollars et trois billets de 20 dollars. Elle se rend au magasin aujourd'hui parce que le magasin a une offre spéciale, pendant laquelle il couvre le cout de la taxe provinciale et de la taxe fédérale. Germaine a choisi une planche à roulettes à 89,99 $, un casque à 25,95 $, des genouillères à 9,99 $ et des coudières à 10,99 $. Sers-toi de tes compétences en calcul mental pour faire une estimation du cout total des articles choisis par Germaine et détermine si elle a assez d'argent pour tout acheter.
  - Quelle est ton estimation du cout des achats prévus de Germaine?
  - Penses-tu qu'elle a assez d'argent pour s'acheter les articles qu'elle a choisis? Justifie-toi.
  - Calcule le cout réel de sa facture.
  - Est-ce que ton estimation était inférieure ou supérieure au cout réel? Justifie-toi.
  - Combien d'argent supplémentaire faudra-t-il à Germaine ou combien de monnaie va-t-elle récupérer à l'issue de ses achats?

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- modèles d'aires
- blocs de base 10
- calculette
- papier quadrillé
- grille de 100
- argent
- droites numériques
- tableau ouvert
- table des valeurs de position

LANGAGE MATHÉMATIQUE

ENSEIGNANT	ÉLÈVE
▪ addition	▪ addition
▪ centièmes	▪ centièmes
▪ crochets	▪ crochets
▪ cumulateur	▪ cumulateur
▪ différence	▪ différence
▪ dividende	▪ dividende
▪ diviseur	▪ diviseur
▪ division	▪ division
▪ dixième	▪ dixième
▪ estimation	▪ estimation
▪ estimation de départ	▪ estimation de départ

▪ millième ▪ multiplicande ▪ multiplicateur ▪ nombre décimal ▪ parenthèses ▪ produit ▪ quotient ▪ somme ▪ soustraction ▪ tableau	▪ millième ▪ multiplicande ▪ multiplicateur ▪ nombre décimal ▪ parenthèses ▪ produit ▪ quotient ▪ somme ▪ soustraction ▪ tableau

Ressources/Notes

Imprimé

Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Module 3 – Les fractions, les nombres décimaux et les pourcentages (n° NSSBB : 2001640)
  - Section 3.3 – Additionner et soustraire des nombres décimaux
  - Section 3.4 – Multiplier des nombres décimaux
  - Section 3.5 – Diviser des nombres décimaux
  - Section 3.6 – La priorité des opérations et les nombres décimaux
  - Problème du module : Les bons de réduction
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001641)
  - fiches d’évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l’élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

RAS N03 : On s’attend à ce que les élèves résolvent des problèmes faisant intervenir des pourcentages de 1 à 100 p. 100 (en se limitant aux nombres entiers). [CM, C, L, RP, R, T]			
[C] Communication estimations	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d’indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d’apprentissage spécifique correspondant.

N03.01 Exprimer un pourcentage donné sous forme décimale ou fractionnaire.
N03.02 Utiliser le calcul mental pour résoudre des problèmes faisant intervenir des pourcentages, quand cela est approprié.
N03.03 Utiliser l’estimation pour déterminer approximativement la réponse ou déterminer la vraisemblance de la réponse.
N03.04 Résoudre un problème donné où il faut déterminer un pourcentage.
N03.05 Déterminer la solution à un problème donné comportant des pourcentages, quand la solution exige un arrondissement, et expliquer pourquoi il est nécessaire de donner une réponse approximative (p. ex. le cout total d’un objet, taxes incluses).

Portée et ordre des résultats d’apprentissage

Mathématiques 6	**Mathématiques 7**	**Mathématiques 8**
N02 On s’attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant des nombres naturels et des nombres décimaux **N05** On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris le rapport de façon concrète, imagée et symbolique. **N06** On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris le pourcentage (se limitant aux nombres naturels), de façon concrète, imagée et symbolique.	**N03** : On s’attend à ce que les élèves résolvent des problèmes faisant intervenir des pourcentages de 1 à 100 p. 100 (en se limitant aux nombres entiers).	**N03** On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent et sont capables de résoudre des problèmes faisant intervenir des pourcentages supérieurs ou égaux à 0 p. 100. **N04** On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent les rapports et les taux. **N05** On s’attend à ce que les élèves résolvent des problèmes faisant intervenir des taux, des rapports et des raisonnements proportionnels.

Contexte

Les pourcentages sont des rapports partie/tout qui comparent un nombre à 100. Il convient donc de présenter les pourcentages comme une troisième façon de présenter des fractions ou des nombres décimaux. Développez le sens des nombres chez les élèves en utilisant les points de repère suivants :

- 100 % représente l’intégralité.
- 50 % représente la moitié.
- 25 % représente le quart.
- 10 % représente un dixième.

- 1 % représente un centième.

Pour que les élèves deviennent aptes à résoudre des problèmes faisant intervenir des pourcentages, il faut qu'ils comprennent bien les concepts de fraction, de nombre décimal et de pourcentage et qu'ils soient capables d'utiliser de façon interchangeable les différents noms équivalents utilisés pour représenter les concepts.

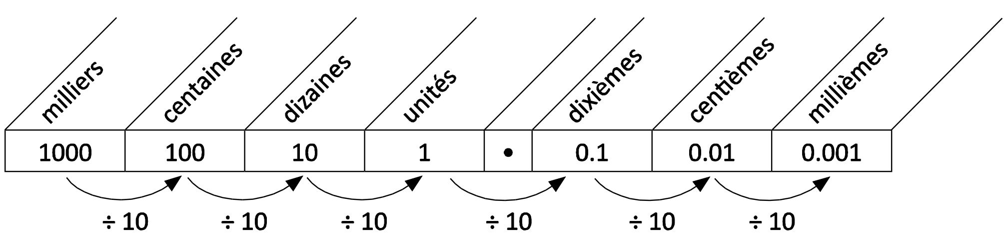
Le terme de « fraction » a plusieurs sens. Les spécialistes ont tendance à combiner et à distinguer ces sens pour des raisons pratiques, mais cela peut susciter de la confusion chez les élèves qui ne maitrisent pas l'application des différents sens du terme. On utilise la notation sous forme de fraction pour représenter :

- la partie d'une unité
- la partie d'un groupe ou ensemble
- une mesure
- un point sur une droite numérique
- une proportion ou la partie d'un tour
- l'opération de la division

Les nombres décimaux sont un moyen pratique de représenter des quantités fractionnaires à l'aide d'un système à valeur de position.

On peut convertir les fractions en nombres décimaux en interprétant la fraction comme opération de division et en divisant le numérateur par le dénominateur (p. ex., on peut considérer $\frac{3}{4}$ comme 3 ÷ 4 = 0,75). On peut également convertir les fractions en nombres décimaux en trouvant une fraction équivalente avec un dénominateur qui est une puissance de 10 (p. ex., 100) et en écrivant la fraction en notation standard, p. ex. $\left(\frac{7}{50}=\frac{14}{100}=0{,}14\right)$. Il est utile de mémoriser certains équivalents courants de fractions, comme les moitiés, les quarts et les dixièmes.

On utilise la virgule pour séparer les unités entières des parties d'unités. Chaque position à droite de la virgule représente un dixième de l'unité précédente. En notation standard, la première position après la virgule représente les dixièmes de l'unité et la deuxième position représente les dixièmes de dixièmes, c'est-à-dire les centièmes. La troisième position représente les dixièmes de centièmes, c'est-à-dire les millièmes.



Lorsqu'on traduit des nombres en notation standard en pourcentages, la virgule indique où se trouvent les centièmes. Le terme « pour cent » contient « cent » et on peut le remplacer par « centièmes » quand on lit un nombre. Ainsi, 7/100 ou 0,07 se lit « sept centièmes » ou « sept pour cent ».

La compréhension de la valeur de position nous permet d'exprimer n'importe quel nombre sous la forme d'un nombre d'unités choisies. De même que 141 représente 14 dizaines et 1 unité, le nombre 0,141, qui représente un nombre un peu plus élevé qu'un dixième du total, peut s'exprimer de plusieurs façons : 1,41 dixièmes, 14,1 centièmes ou 141 millièmes. Comme on peut remplacer « centième » par « pour cent », le nombre décimal 0,141 peut être considéré comme représentant 14,1 centièmes, c'est-à-dire 14,1 pour cent (%).

En mathématiques de 7e année, les élèves travaillent sur des pourcentages entre 1 et 100 %. Ces pourcentages peuvent représenter la partie d'un tout ou la partie d'un ensemble. La quantité représentée par le pourcentage dépend de la quantité du tout. Par exemple, 1 % peut être une petite ou une grande quantité, selon la quantité du tout. Comparez 1 % de la somme d'argent dans une tirelire à 1 % de la somme d'argent dans une banque. Il convient de se concentrer, dans la discussion, sur des contextes dans lesquels 1 % peut être considéré comme une grande quantité et 90 % peut être considéré comme une petite quantité; comparer, par exemple, 1 % de la population du Canada à 90 % de la population d'une école en milieu rural. Parfois, la même quantité peut également représenter différentes valeurs en pourcentage. Par exemple, la quantité 20 représente 20 % de 100, mais aussi 100 % de 20. Tout est relatif à la taille du tout. Il est important, quand on résout des problèmes faisant intervenir des pourcentages, de déterminer, dans la situation, le nombre qui représente le tout et le nombre qui représente la partie.

Quand il faut des nombres exacts, les élèves devraient être en mesure d'employer diverses stratégies de calcul du pourcentage d'un nombre. Une fois que les élèves comprennent que « pour cent » signifie « par centaine », ils devraient être en mesure d'écrire le pourcentage sous la forme d'une fraction avec un dénominateur de 100 (qu'il faudrait simplifier si possible). Une fois que les élèves ont une fraction avec un dénominateur de 100, ils peuvent écrire le nombre décimal, puisqu'ils ont déjà de l'expérience en la matière. Les élèves ont antérieurement écrit les fractions sous forme de nombres décimaux et les décimaux sous forme de fractions.

Lorsque les élèves sont capables de voir les fractions et les pourcentages de différentes façons, il est utile de leur proposer de multiples approches pertinentes pour trouver des valeurs en pourcentage.

- Lors de l'élection du conseil étudiant de 7e année, Blair a recueilli 25 % des suffrages. Sachant que 80 élèves de 7e année ont voté, combien de suffrages Blair a-t-il recueillis?

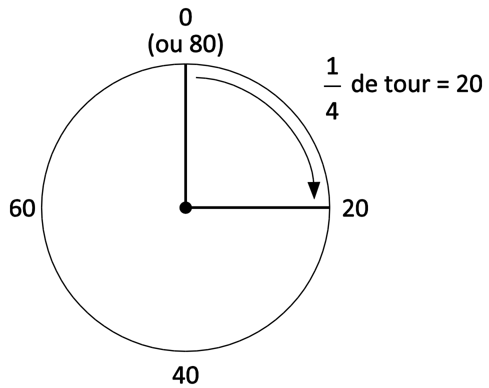
  Pour trouver 25 % de 80, les élèves peuvent aborder le problème de diverses manières :

  - Représenter le pourcentage sous la forme d'une fraction équivalente.
    Considérer 25 % comme $\frac{25}{100}$, soit la fraction équivalente $\frac{1}{4}$. Trouver $\frac{1}{4}$ de 80 en divisant par 4 : 80 ÷ 4 = 20, donc 25 % de 80 fait 20.

  - Utiliser le modèle de 1 % :
    Sachant que 1 % de 80 est 80 ÷ 100 = 0.8
    10 % de 80 fait 10 x 0,8 = 8
    et 25 % de 80 fait 10 % + 10 % + 5 %, soit 8 + 8 + 4 = 20

  - Considérer que le pourcentage est une proportion partie-tout et établir la proportion : $\frac{25}{100} = \frac{?}{80}$.

  - Penser à un cercle qui commence à 0 et se termine à 80 et considérer 25 % comme $\frac{1}{4}$ de tour.



- Penser à l'équivalent décimal et représenter l'expression verbale sous la forme d'une expression numérique.

  25 % de 80 fait ____
  0,25 x 80 = ____

- Faire un calcul mental et utiliser la propriété de la distributivité pour résoudre des problèmes faisant intervenir des pourcentages.

  Pour trouver 35 % de 80, considère que 35 % est 25 % + 10 %
  35 % de 80 = (25 % + 10 %) de 80
  25 % de 80 est 20 et 10 % de 80 est 8.
  20 + 8 = 28
  donc 35 % de 80 est 28

- Utiliser des fractions apparentées pour résoudre des problèmes faisant intervenir des pourcentages.

  Pour trouver $\frac{3}{4}$ de 80, se dire :
  Si $\frac{1}{4}$ de 80 fait 20, alors $\frac{3}{4}$ de 80 doit faire 3×20 ou 60.

Avec de multiples approches pour trouver les pourcentages, les élèves peuvent choisir, pour chaque problème, l'approche la plus pratique. Lorsque vous préparez des exemples et des problèmes pour les élèves, choisissez fréquemment des nombres pratiques, pour que les élèves puissent se concentrer sur les procédés plutôt que sur l'arithmétique. Encouragez aussi les élèves à utiliser diverses approches et à ne pas se fier exclusivement à une seule approche spécifique. Ils risquent, par exemple, de prendre l'habitude d'utiliser des facteurs de 10 et d'oublier d'utiliser les fractions équivalentes ou l'approche couramment utilisée et très utile de la proportion partie-tout. Pour trouver 25 % d'un nombre, on peut considérer que 25 %, c'est 10 % + 10 % + la moitié de 10 %, mais il est parfois bien plus pratique de considérer que 25 %, c'est $\frac{1}{4}$ et de diviser le tout par 4.

Il faudrait que les élèves apprennent à établir des liens immédiats entre d'autres pourcentages et les fractions équivalentes : 50 %, 75 %, 20 %, 30 %, 40 %, etc. Encouragez les élèves à prendre conscience du fait que 51 % et 12 % sont des pourcentages proches de points de repère et qu'on peut utiliser ces points de repère pour faire des estimations. Les élèves devraient être capables de calculer 1 %, 5 % (la moitié de 10 %), 10 % et 50 % mentalement à partir de leur connaissance des points de repère. Quand il faut produire des réponses exactes, il faudrait que les élèves soient capables d'employer diverses stratégies pour calculer le pourcentage d'un nombre. Il faudrait que les élèves sachent résoudre des problèmes faisant intervenir le calcul de a, b ou c dans la relation a % de b = c, à l'aide d'estimations et à l'aide de calculs.

Dites aux élèves de résoudre des problèmes faisant intervenir un pourcentage dans des situations comme le calcul de la taxe de vente, de rabais, de commissions, de pourboires, etc. Ils peuvent employer diverses stratégies quand il faut calculer avec exactitude le pourcentage d’un nombre :

- Exprimer le pourcentage sous la forme d’un équivalent décimal et multiplier : 12 % de 80 = 0,12 x 80 = 9,6
- Trouver 1 % puis multiplier :

  1 % de 80 = 0,8, donc 12 % de 80 = 0,8 x 12 = 9,6
- Exprimer sous forme de fraction et diviser :

  25 % de $60 = \frac{1}{4} \times 60 = 60 \div 4 = 15$

  (Cette méthode est tout particulièrement utile pour les pourcentages les plus courants.)
- Trouver les fractions équivalentes :

  30 % de 85

  30 % est $\frac{30}{100} = \frac{3}{10}$

  $\frac{3}{10} = \frac{?}{85}$

  ? = 25,5

Il n’est pas nécessaire que les élèves maitrisent les quatre méthodes. Ce qui est le plus important, c’est qu’ils aient une méthode qui fonctionne pour eux.

Il faudrait que les élèves soient conscients des cas où il faut arrondir les réponses pour qu’elles aient un sens dans le contexte proposé. Par exemple, quand on calcule la taxe de vente pour un achat, on obtient parfois une réponse avec quatre chiffres après la virgule. Il faut que les élèves comprennent que, dans la vie réelle, l’argent n’est calculé que jusqu’à deux chiffres après la virgule, ce qui signifie qu’il faut arrondir la réponse au centième le plus proche. Lorsqu’on cherche à calculer le nombre de personnes dans un problème, il faut arrondir au nombre entier le plus proche, puisque cela n’a pas de sens de parler d’une partie de personne.

Il faut que la maitrise des concepts pour ce résultat d’apprentissage découle de contextes pertinents de résolution de problèmes.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d’évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut utiliser des tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves :

- Demandez aux élèves quelle est la proportion jambes/têtes dans un groupe d’ours / de gens / d’araignées.
- Demandez aux élèves lequel des trois montants est le plus faible / le plus élevé. Demandez-leur de justifier leur réponse.

$\frac{1}{20}$ 20 % 0,02

- Demandez aux élèves quel pourcentage d'un bâton d'un mètre 52 cm représente.
- Demandez aux élèves de proposer des pourcentages qui indiquent :
  - presque l'intégralité d'un tout
  - très peu de quelque chose
  - un peu moins de la moitié de quelque chose

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez l'utilisation des **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Une veste est en vente à 64 $. Le panneau indique que le prix a été réduit de 20 %. Quel était le prix de vente de départ?
- Sachant que 30 est proche de 80 % de la valeur d'un nombre, que sais-tu sur le nombre?
- Est-ce que 60 % est une bonne estimation de $\frac{30}{70}$? Explique ton raisonnement.
- Explique comment faire l'estimation de 48 % de quelque chose.
- Sachant de 2 % d'un nombre donné fait 0,46, combien ferait 10 % du nombre? Quel est le nombre?
- Quel pourcentage de la capacité d'accueil totale d'une salle de concert a été utilisé sachant qu'on a vendu $\frac{7}{8}$ des billets pour un concert?
- Explique pourquoi 70 % n'est pas une bonne estimation de 35 sur 80.
- Explique comment faire une estimation du pourcentage pour un test quand le score est de 26 réponses correctes sur 55.
- Convertis mentalement chacune des fractions suivantes en pourcentage et explique ton raisonnement :

  $\frac{2}{5}$ $\frac{4}{24}$ $\frac{6}{50}$ $\frac{8}{20}$
- Faites l'estimation du pourcentage de chacune des fractions suivantes et explique ton raisonnement :

  $\frac{7}{48}$ $\frac{5}{19}$ $\frac{7}{20}$
- Indique quel pourcentage d'un livre il reste à lire lorsqu'on a lu 60 pages sur un total de 150 pages. Explique ton raisonnement.
- Crée des problèmes faisant intervenir des pourcentages. Utilise des prospectus d'épiceries ou de magasins du coin pour créer des problèmes faisant intervenir le calcul du total des économies réalisées quand on achète certains articles à leur prix réduit.
- Réponds à la question suivante : Byron va au centre commercial avec 85 $ pour acheter des cadeaux. Il veut acheter un livre pour 13 $, un jeu vidéo pour 18 $ et un sac pour ordinateur pour 40 $. La taxe de vente est de 15 %. Est-ce qu'il a assez d'argent pour faire ces achats?

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

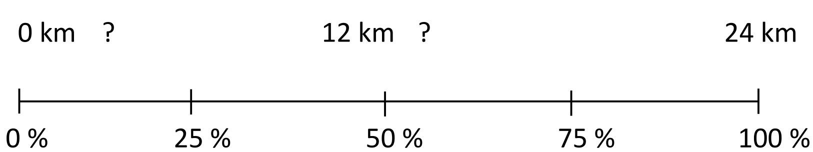
Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Utiliser diverses stratégies quand il faut fournir la réponse exacte lors du calcul du pourcentage d'un nombre :
  - Exprimer le pourcentage sous la forme d'un équivalent décimal et multiplier :
    12 % de 80 = 0,12 x 80 = 9,6
  - Trouver 1 % puis multiplier :
    1 % de 80 = 0,8, donc 12 % de 80 = 0,8 x 12 = 9,6
  - Exprimer sous forme de fraction et diviser :

    25 % de $60 = \frac{1}{4} \times 60 = 60 \div 4 = 15$
  - Trouver l'élément manquant dans une proportion :

    12 % de 80 → $\frac{12}{100} = \frac{?}{80}$

- Fournir une grille de 10 x 10 pour que les élèves puissent se représenter visuellement la méthode du 1 %. Pour trouver 6 % de 400, dire aux élèves que vous avez 400 $ et que vous voulez répartir cette somme également entre les 100 cases de la grille. Leur demander combien il y aura dans chaque case. Dans 2 cases? Dans 6 cases? Les élèves peuvent aussi utiliser cette méthode pour faire une estimation : ils peuvent, par exemple, faire une estimation de 8 % de 619 en trouvant d'abord mentalement 8 % de 600.
- Dire aux élèves de créer des problèmes utilisant des pourcentages. Vous pouvez leur donner des prospectus d'épiceries ou de magasins du coin et leur dire de s'en servir pour créer des problèmes faisant intervenir le calcul du total des économies réalisées quand on achète certains articles à prix réduit.
- Utiliser une double droite numérique, qui est utile pour comprendre les pourcentages. Exemple : Lors d'une marche/course de 24 km pour collecter des fonds pour un hôpital, les organisateurs souhaitent mettre des panneaux indiquant aux participants qu'ils sont à 25 %, 50 % et 75 % du but. Où vont-ils mettre les panneaux?



TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Présentez les trois types de situations problématiques que les élèves rencontreront quand ils résoudront des problèmes faisant intervenir le tout, la partie ou le pourcentage. Incluez plusieurs exemples de chaque type de situation. Présentez une situation à la fois. Demandez aux élèves d'indiquer le tout, la partie et le pourcentage. Dites-leur de rédiger ensuite une phrase ou une expression numérique représentant la situation. Demandez aux élèves de trouver les solutions après que tout a été représenté sous forme de phrases et d'expressions numériques.
  – Un pourcentage désigné d'un nombre désigné est quel nombre?
    On a une livraison de 80 voitures et 40 % d'entre elles sont grises. Combien de voitures sont grises?
    40 % de 80 fait ____.

- Un nombre désigné est un pourcentage désigné de quel nombre?
On a une livraison de 60 voitures et 15 d'entre elles sont rouges. Quel est le pourcentage de voitures rouges?
- Un nombre désigné est un pourcentage désigné de quel nombre?
On a une livraison de voitures dont 25 % sont blues. Il y a 50 voitures bleues. Combien de voitures la livraison comprend-elle?

▪ Résous un problème qui exige ou n'exige pas d'arrondissement, comme le suivant :
  - Ta grand-mère va t'acheter un chandail à capuche pour ton anniversaire. Elle se rend au magasin de vêtements et constate que le magasin offre des réductions pour son propre anniversaire. Tous les prix normaux sont réduits de 20 %. Elle choisit un chandail qui vaut normalement 59,99 $ et paie une taxe de vente de 15 %. Combien paie-t-elle pour le chandail?
  - Après que les élèves ont eu assez de temps pour travailler sur le problème, demandez à certains individus de présenter les stratégies qu'ils ont utilisées pour le résoudre. Comparez les solutions des élèves en notant s'ils ont ou non arrondi les montants et discutez de leurs décisions. Discutez des stratégies que les élèves préfèrent pour ce problème. Assurez-vous que les élèves tiennent bien compte de l'option de calculer le cout restant au lieu de calculer la valeur de la vente et de la soustraire au prix de départ (80 % de 59,99 $ contre 59,99 $ – 20 % de 59,99 $).

▪ Le gérant d'une salle de concert indique que, pour dégager un bénéfice, il faut que la salle soit remplie à au moins 70 %. Sinon, il faudra augmenter le prix du billet. Le nombre de places assises est de 1200 et on a vendu au préalable 912 billets. Est-ce qu'on a vendu assez de billets pour pouvoir maintenir le prix?

▪ Décris plus d'une méthode pour faire mentalement une estimation de 22 % de 310. Comment trouver la réponse exacte par calcul mental?

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- grille 10 x 10
- calculette
- pièces de monnaie
- double droite numérique
- cercle des centièmes
- droites numériques ouvertes
- divers objets à compter (billes, jetons, etc.)

LANGAGE MATHÉMATIQUE

ENSEIGNANT	ÉLÈVE
▪ commission ▪ équivalent ▪ fraction ▪ nombre décimal ▪ pour cent ▪ pourcentage ▪ régularités pour compter en sautant ▪ simplifier ▪ taxe ▪ vente	▪ commission ▪ équivalent ▪ fraction ▪ nombre décimal ▪ pour cent ▪ pourcentage ▪ régularités pour compter en sautant ▪ simplifier ▪ taxe ▪ vente

Ressources/Notes

Imprimé

- *Chenelière mathématiques 7* (Garneau *et al.*, 2007)
  - Module 3 – Les fractions, les nombres décimaux et les pourcentages (n^{o} NSSBB : 2001640)
    - Section 3.7 – La relation entre les fractions, les nombres décimaux et les pourcentages
    - Section 3.8 – Calculer des pourcentages
    - Problème du module : Les bons de réduction
  - ProGuide (disque compact; fichiers Word) (n^{o} NSSBB : 2001641)
    - fiches d’évaluation
    - exercices supplémentaires
    - tests du module
  - *ProGuide* (DVD) (n^{o} NSSBB : 2001641)
    - pages du manuel de l’élève pour projection
    - matériel reproductible modifiable

Internet

- « Matching Fractions, Decimals, Percentages », *NRICH Enriching Mathematics* (University of Cambridge, 2015) : http://nrich.maths.org/1249

RAS N04 : On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la relation entre les nombres décimaux périodiques positifs et les fractions positives, ainsi qu'entre les nombres décimaux finis positifs (avec un ou deux chiffres qui se répètent) et les fractions positives. [C, L, R, T]
[C] Communication **[RP]** Résolution de problèmes **[L]** Liens **[CM]** Calcul mental et estimations **[T]** Technologie **[V]** Visualisation **[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

N04.01 Prédire le nombre décimal équivalent à une fraction donnée en ayant recours aux régularités.
N04.02 Apparier les fractions d'un ensemble à leur représentation décimale.
N04.03 Trier les fractions d'un ensemble selon qu'elles sont équivalentes à des nombres décimaux périodiques ou à des nombres décimaux finis.
N04.04 Exprimer une fraction donnée sous la forme d'un nombre décimal fini ou périodique.
N04.05 Exprimer un nombre décimal périodique donné sous la forme d'une fraction.
N04.06 Exprimer un nombre décimal fini donné sous la forme d'une fraction.
N04.07 Fournir un exemple de nombre décimal qui est une représentation approximative de la valeur exacte d'une fraction donnée.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 6	**Mathématiques 7**	**Mathématiques 8**
N01 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris la valeur de position pour des nombres : • supérieurs à un million • inférieurs à un millième. **N04** On s'attend à ce que les élèves sachent établir le lien entre des fractions impropres et des nombres fractionnaires, ainsi qu'entre des nombres fractionnaires et des fractions impropres.	**N04** : On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la relation entre les nombres décimaux périodiques positifs et les fractions positives, ainsi qu'entre les nombres décimaux finis positifs (avec un ou deux chiffres qui se répètent) et les fractions positives.	-

Contexte

« Les nombres décimaux sont simplement une autre façon d'écrire les fractions […]. Pour atteindre la plus grande souplesse possible, il faut comprendre les liens entre les deux systèmes de représentation symbolique. » (Van de Walle et Lovin, 2006b, p. 107) Toutes les fractions s'expriment sous la forme de nombres décimaux avec un nombre fini de décimales ou avec une série de décimales qui se répète à l'infini. Certains élèves connaitront déjà les équivalents décimaux de certaines fractions simples (p. ex. $\frac{1}{2}$ = 0,5, $\frac{1}{4}$ = 0,25, $\frac{1}{5}$ = 0,2), ainsi que les fractions ayant pour dénominateur 10, 100 ou 1000. Par exemple, pour situer 0,75 sur une droite numérique, bon nombre d'élèves considèrent que 0,75 se situe à trois quarts entre 0 et 1. Bon nombre d'élèves pensent cependant que les seules fractions qu'on peut décrire à l'aide de nombres décimaux sont celles qui ont un dénominateur qui est une puissance de dix ou un facteur d'une puissance de 10. En établissant le lien entre les fractions et la division, les élèves devraient être capables de représenter n'importe quelle fraction sous forme décimale, en s'aidant de la calculette.

Les fractions ont toutes des noms décimaux équivalents. Les noms décimaux peuvent faire référence à un nombre fini de chiffres. Ce sont des **nombres décimaux finis**. Il est facile d'exprimer un nombre décimal fini sous la forme d'une fraction avec un dénominateur qui est une puissance de 10 (p. ex. 0,125, qui se lit « 125 millièmes », s'écrit sous la forme de la fraction $\frac{125}{1000}$, qui donne après simplification $\frac{1}{8}$).

Le fait de connaitre les relations courantes entre fractions et nombres décimaux aidera les élèves à bien interpréter les nombres décimaux. Par exemple, ils voient 0,23 et se rendent compte que c'est presque $\frac{1}{4}$. Il est important que les élèves maitrisent l'art de lire correctement un nombre décimal. Quand on lit 0,37 comme étant « trente-sept centièmes », il est facile de déboucher sur la forme fractionnaire $\frac{37}{100}$. Il faut toujours lire « 0,37 » comme « zéro virgule trente-sept », pour que le « zéro » fournisse un contexte ou point de repère et montre que le nombre est inférieur à 1.

Lorsqu'on décrit certaines fractions sous forme décimale, le nombre décimal contient un ou plusieurs chiffres qui se répètent de façon régulière et infinie (p. ex. , $\frac{1}{3}$ = 0,333…). Il s'agit alors d'un nombre décimal périodique. Les points de suspension indiquent que le motif se répète sans fin et sont une forme d'abréviation. En Amérique du Nord, on a aussi l'habitude d'écrire les nombres décimaux périodiques en écrivant la première occurrence du ou des chiffres qui se répètent et en traçant une barre au-dessus de la partie qui se répète ($0,\overline{3}$). La partie qui se répète s'appelle la « période ». La barre s'appelle aussi « barre supérieure ». Les nombres décimaux périodiques peuvent aussi s'écrire sous forme de fractions (p. ex. $\frac{1}{3}$). On peut utiliser des régularités caractéristiques pour prédire la représentation décimale de ces fractions et prédire la représentation fractionnaire des nombres décimaux périodiques. Il convient de faire découvrir aux élèves la terminologie (« période », « répétitif », etc.) et la notation avec la barre pour les périodes qui se répètent. Il convient d'explorer les régularités produites par des fractions faisant intervenir divers dénominateurs, parce qu'elles produisent souvent des périodes tout particulièrement intéressantes.

Pour exprimer la valeur exacte d'un nombre décimal périodique, indiquez la partie qui se répète à l'aide d'une barre supérieure ou écrivez la fraction équivalente. Pour indiquer que le nombre est une approximation de la vraie valeur, utilisez un signe d'égalité surmonté d'un point ($\doteq$).

Les élèves devraient utiliser la calculette pour explorer à la fois les nombres décimaux finis et les nombres décimaux périodiques et, quand cela est approprié, pour trouver la forme décimale de certaines fractions et prédire la forme décimale pour d'autres fractions. Il faudrait aussi que les élèves soient conscients du fait que les calculettes arrondissent (en raison du nombre limité de chiffres que l'écran peut afficher). Dans la mesure du possible, les élèves devraient utiliser leurs connaissances sur les régularités pour déterminer la forme fractionnaire de nombres décimaux périodiques.

Les élèves devraient explorer la différence entre trouver les équivalents décimaux pour des septièmes et trouver les équivalents décimaux pour des huitièmes :

Dans une calculette, on trouve :	Avec une régularité, on trouve :
$\frac{1}{7} = 0,\overline{142857}$	$\frac{1}{8} = 0,125$

$\frac{2}{7} = 0,\overline{285714}$ $\frac{3}{7} = 0,\overline{428571}$ Même s'il y a une régularité ici, elle n'est pas facile à observer.	$\frac{2}{8}$ = 0,250 Donc : $\frac{3}{8}$ = ? (0,375)

Il convient d'encourager les élèves à utiliser le calcul mental et leurs connaissances antérieures dans la mesure du possible. Par exemple, il est facile de convertir la fraction $\frac{4}{25}$ en nombre décimal en trouvant d'abord la fraction équivalente avec un dénominateur de 100. On encourage les élèves à utiliser la calculette si nécessaire pour trouver la forme décimale de certaines fractions avant de faire des prédictions sur la forme décimale d'autres fractions. On s'attend à ce que les élèves trouvent la représentation décimale d'une série de fractions comme $\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}$, etc. en trouvant une régularité et en utilisant ensuite cette régularité pour prédire la forme décimale d'autres fractions, comme $\frac{4}{9}, \frac{5}{9}, \frac{10}{9}$, etc. Attirez l'attention des élèves sur le fait que certaines fractions déboucheront sur des nombres entiers (par exemple, $\frac{9}{9}$ = 1 et non 0,9). Il convient également d'explorer la représentation décimale de fractions comme $\frac{1}{12}, \frac{1}{120}$, etc. On peut se servir de ces régularités pour prédire la représentation décimale d'autres ensembles de fractions comparables.

On peut ensuite proposer aux élèves un ensemble de fractions et leur demander de déterminer si leurs équivalents décimaux sont des nombres décimaux finis ou des nombres décimaux périodiques et de réécrire les décimales qui se répètent à l'aide de la notation avec barre supérieure. Il peut être utile de recourir à un outil d'organisation graphique, comme un tableau en T, pour aider les élèves à faire le tri entre les différentes fractions.

L'expression de nombres décimaux périodiques sous forme de fractions est plus difficile, parce qu'on ne peut pas se servir de dénominateurs comme 10, 100, 1000, etc. On peut exprimer les décimales qui se répètent sous forme de fractions avec des dénominateurs de 9, 99, 999, etc., selon le nombre de chiffres dans la période. Il faudrait faire évoluer la compréhension qu'ont les élèves de cette question en discutant d'exemples familiers, comme $0,\overline{3}$. Les élèves savent que c'est l'équivalent de $\frac{1}{3}$ et non de $\frac{3}{10}$. Demandez aux élèves quel dénominateur on pourrait utiliser pour le numérateur 3, sachant que le 3 est dans la partie décimale. Les élèves devraient trouver facilement $\frac{3}{9}$. Dans l'exemple $0,\overline{7}$, le 7 se situe au niveau des dixièmes, mais on ne peut pas utiliser les dixièmes puisqu'il ne s'agit pas exactement de sept dixièmes. Dans ce cas, on utilise des neuvièmes, avec la fraction $\frac{7}{9}$. Dans l'exemple $0,\overline{18}$, on ne peut pas utiliser les centièmes, parce qu'il ne s'agit pas exactement de 18 centièmes, alors on utilise comme dénominateur 99, pour avoir la fraction $\frac{18}{99}$, qui se simplifie pour donner $\frac{2}{11}$.
Il faudrait que les élèves se rendent compte que des fractions comme $\frac{1}{6} = 0,\overline{16}$ sont des valeurs exactes, alors que l'écran de la calculette indique 0,1666666667, ce qui est une approximation. Lorsque les élèves arrondissent de telles valeurs à 0,17 ou à 0,2, par exemple, il est important qu'ils se rendent compte qu'il s'agit d'approximations et non de valeurs exactes. On peut discuter de situations de la vie réelle dans lesquelles il est raisonnable d'utiliser des approximations, par exemple la distance entre deux villes, la quantité d'essence dans une moto, un calcul mental pour déterminer le cout d'un article après rabais, etc.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut utiliser des tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Demandez aux élèves d'utiliser les nombres suivants pour répondre aux questions ci-dessous :

  8,0254 2,086 0,83 24,2191
  - Dans quel nombre 8 représente-t-il une valeur de huit centièmes?
  - Dans quel nombre 2 représente-t-il une valeur de deux dixièmes?
  - Dans quel nombre 1 représente-t-il une valeur d'un dix-millième?
- Passez en revue des fractions comme $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}$ et leurs équivalents décimaux.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Trouve les représentations décimales des fractions suivantes : $\frac{1}{11}, \frac{2}{11}, \frac{3}{11}$

  Ensuite :
  - Prédis les décimales pour $\frac{5}{11}, \frac{9}{11}$.
  - Prédis la fraction qui aura 0,636363… comme équivalent décimal.
  - Prédis ce à quoi ressemblera l'équivalent décimal de $\frac{8}{11}$ sur l'écran de la calculette, sachant que la calculette affiche 8 chiffres après la virgule.
  - Prédis la fraction qui aura pour équivalent décimal 0,909090…
- En quoi le fait de savoir que $\frac{1}{4}$ = 0,25 aide-t-il à trouver la forme décimale de $\frac{3}{4}$ et $\frac{5}{4}$?
- Chris a une calculette qui affiche 2,3737374. La conclusion de Chris est qu'il ne s'agit pas d'un nombre décimal périodique. Explique ce qui a conduit Chris à cette conclusion et indique si tu penses que sa conclusion est correcte.
- Quel est le nombre le plus grand entre 0,7 et $0,\overline{7}$? Explique ton raisonnement.
- Décris une fraction qui est légèrement inférieure à 0,4 et justifie ton choix. Peux-tu indiquer une autre fraction se situant entre ces deux nombres?
- On a environ 0,4 d'une classe de mathématiques qui part en excursion. Écris le nombre décimal en toutes lettres, puis en fraction aussi simplifiée que possible.
- Trie la série de fractions suivantes selon qu'il s'agit de nombres décimaux périodiques ou de nombres décimaux finis :

  $\frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{7}, \frac{5}{8}, \frac{5}{9}, \frac{7}{10}, \frac{3}{4}$
- Parmi tous les organismes vivant sur Terre, 0,72 vivent sous la surface de l'océan. Écris cette fraction sous sa forme la plus simple.

- Les nombres suivants apparaissent à l'écran de trois calculettes. Fais correspondre le nombre affiché à la fraction qu'il représente. Utilise tes connaissances sur les nombres décimaux périodiques et l'estimation.

  0,55555556 0,28571429 0,30769231

  $\frac{2}{7}$ $\frac{5}{9}$ $\frac{4}{13}$

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Utiliser à la fois des nombres propres et des nombres fractionnaires dans les activités.
- Explorer les régularités de différentes familles de fractions, comprenant à la fois des nombres décimaux finis et des nombres décimaux périodiques (p. ex. $\frac{1}{11}$, $\frac{2}{11}$, $\frac{3}{11}$, etc.) à l'aide d'une calculette. Vous trouverez au tableau ci-dessous certaines fractions avec leurs équivalents sous forme de nombres décimaux périodiques, à titre de référence. Donner aux élèves l'occasion de découvrir ces régularités.

Dénominateur de la fraction	Régularité dans le nombre décimal périodique	Exemple
7	▪ six chiffres répétés ▪ les chiffres sont 142857 et apparaissent en boucle	$\frac{2}{7} = 0,\overline{285714}$
9	▪ un seul chiffre répété ▪ c'est le numérateur qui se répète	$\frac{7}{9} = 0,\overline{7}$
99	▪ deux chiffres répétés ▪ c'est le numérateur qui est la séquence qui se répète	$\frac{85}{99} = 0,\overline{85}$
999	▪ trois chiffres répétés ▪ c'est le numérateur qui est la séquence qui se répète	$\frac{1}{999} = 0,\overline{001}$
11	▪ deux chiffres répétés qui sont un multiple de 9 ▪ le numérateur est le facteur x 9 égal à la séquence répétée	$\frac{3}{11} = 0,\overline{27}$

- Dire aux élèves de prendre conscience du fait que seules les fractions pouvant s'exprimer avec un dénominateur de base 10 (10, 100 ou 1000) seront des nombres décimaux. Exemples :

  $3\,\frac{2}{5} = 3\,\frac{4}{10} = 3,4$ $2\,\frac{3}{8} = 2\,\frac{375}{1000} = 2,375$

- Fournir fréquemment aux élèves l'occasion de lire des nombres décimaux finis (p. ex., 0,312, qui se lit « trois-cent-douze-millièmes »). Lorsqu'un élève lit un nombre décimal fini, il faut que la façon de l'écrire sous forme fractionnaire soit claire pour lui.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Avec un ensemble de fractions comme $\frac{1}{13}$, $\frac{2}{13}$, $\frac{3}{13}$, mets en évidence une régularité puis sers-toi de la régularité pour prédire la forme décimale d'autres fractions, comme $\frac{4}{13}$, $\frac{5}{13}$, $\frac{10}{13}$.
- Compare les formes décimales à l'aide d'une calculette pour les paires suivantes et discute des points communs et des différences que tu observes.

(a) $\frac{1}{12}$ et $\frac{1}{120}$ (b) $\frac{3}{8}$ et $\frac{3}{80}$

(c) Comme la forme décimale de $\frac{3}{16}$ est 0,1875, prédis la fraction produite par la forme décimale 0,01875163.

- Utilisez des blocs de base 10 pour expliquer les équivalents décimaux de fractions, même quand ces équivalents décimaux sont périodiques. Par exemple, 1÷3 peut se représenter avec un bloc partagé entre trois personnes, en décidant comme partager la ou les pièces restantes. On peut de même utiliser des carrés décimaux en demandant aux élèves de hachurer, par exemple, un tiers du carré et de décider comment hachurer le reste. Menez une démonstration et une discussion en classe sur la représentation d'une quantité fractionnaire à l'aide d'un système à valeur de position de base 10. Utilisez des blocs de base 10 et incluez les concepts de nombres décimaux finis et de nombres décimaux périodiques, l'utilisation de la division pour représenter une fraction, les notations représentant des quantités exactes et l'approximation.
- Partagez une barre chocolatée en parts égales entre deux élèves. Quelle partie de la barre chaque élève reçoit-il? Écrivez $\frac{1}{2}$ au tableau. Une moitié de la barre décrit exactement ce que chaque élève reçoit. Il s'agit d'un nombre exact. Est-il possible de nommer ce nombre avec le système à valeur de position de base 10?
- On a une barre chocolatée qui a le format approprié pour être divisée en huit parts égales. La classe de Suri comprend 27 élèves et elle a $3\frac{1}{2}$ barres chocolatées. Suri a déterminé le nombre de huitièmes qu'elle avait dans ses barres, avec les fractions équivalentes. A-t-elle assez de parts pour que chaque élève puisse avoir une part de barre chocolatée? Expliquez comment vous trouvez la réponse. Représentez sous forme de nombre décimal la part fractionnaire qui reste après le partage.
- Créez des cartes avec des fractions et leurs équivalents décimaux. Chaque élève reçoit une carte avec soit un nombre décimal soit une fraction. Les élèves circulent dans la salle pour trouver la carte contenant le nombre équivalent à celui qui figure sur la leur. Chaque groupe de deux élèves explique pourquoi ses deux cartes vont ensemble.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- grille 10 x 10
- blocs de base 10
- calculette
- pièces fractionnaires
- cercles des centièmes

LANGAGE MATHÉMATIQUE

ENSEIGNANT	ÉLÈVE
▪ barre supérieure ▪ dénominateur ▪ équivalent décimal ▪ fraction unitaire ▪ nombre décimal fini ▪ nombre décimal périodique ▪ notation avec barre ▪ numérateur ▪ période ▪ points de suspension	▪ dénominateur ▪ équivalent décimal ▪ fraction unitaire ▪ nombre décimal fini ▪ nombre décimal périodique ▪ notation avec barre ▪ numérateur ▪ période

▪ simplifier (une fraction à ses termes les plus petits) ▪ tilde	▪ simplifier (une fraction à ses termes les plus petits) ▪ tilde

Ressources/Notes

Imprimé

Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Module 3 – Les fractions, les nombres décimaux et les pourcentages (n° NSSBB : 2001640)
  - Section 3.1 – Des fractions aux nombres décimaux
  - Section 3.4 – Multiplier des nombres décimaux
  - Section 3.5 – Diviser des nombres décimaux
  - Section 3.6 – La priorité des opérations et les nombres décimaux
  - Problème du module : Les bons de réduction
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001641)
  - fiches d’évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l’élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

RAS N05 : On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent l’addition et la soustraction de fractions et de nombres fractionnaires de signe positif, avec des dénominateurs semblables ou différents, sous forme concrète, sous forme imagée et sous forme symbolique (en se limitant aux sommes et aux différences positives). [C, L, CM, RP, R, V]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d’indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d’apprentissage spécifique correspondant.

N05.01 Utiliser des points de repère pour faire une estimation de la somme ou de la différence de fractions ou de nombres fractionnaires positifs.
N05.02 Modéliser l’addition et la soustraction de fractions ou de nombres fractionnaires positifs de signe positif de façon concrète et les noter sous forme symbolique.
N05.03 Utiliser le calcul mental pour déterminer la somme de fractions ou la différence entre fractions, quand cela est approprié.
N05.04 Déterminer la somme de deux fractions ou de nombres fractionnaires de signe positif ayant un dénominateur commun.
N05.05 Déterminer la différence entre deux fractions ou nombres fractionnaires de signe positif ayant un dénominateur commun.
N05.06 Déterminer un dénominateur commun pour les fractions ou les nombres fractionnaires de signe positif d’un ensemble donné.
N05.07 Déterminer la somme de deux fractions ou de nombres fractionnaires de signe positif ayant des dénominateurs différents.
N05.08 Déterminer la différence entre deux fractions ou nombres fractionnaires de signe positif ayant des dénominateurs différents.
N05.09 Simplifier une fraction ou un nombre fractionnaire de signe positif donné en déterminant le facteur commun au numérateur et au dénominateur.
N05.10 Simplifier la solution d’un problème qui comprend la somme de deux fractions ou de nombres fractionnaires de signe positif ou la différence entre deux fractions ou nombres fractionnaires de signe positif.
N05.11 Résoudre un problème donné comportant l’addition ou la soustraction de fractions ou de nombres fractionnaires de signe positif et vérifier la vraisemblance de la solution.

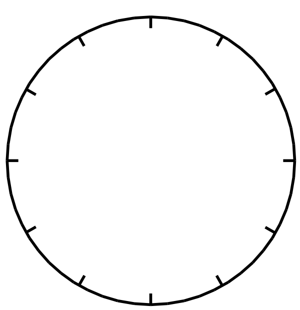
Portée et ordre des résultats d’apprentissage

Mathématiques 6	**Mathématiques 7**	**Mathématiques 8**
N03 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris les concepts de facteur et de multiple en : • déterminant des multiples et des facteurs de nombres inférieurs à 100 • identifiant des nombres premiers et des nombres composés	**N05** : On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent l’addition et la soustraction de fractions et de nombres fractionnaires de signe positif, avec des dénominateurs semblables ou différents, sous forme concrète, sous forme imagée et sous forme symbolique (en se limitant aux sommes et aux différences positives).	**N06** On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent la multiplication et la division de fractions et de nombres fractionnaires de signe positif, sous forme concrète, imagée et symbolique. **N04** On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent les rapports et les taux.

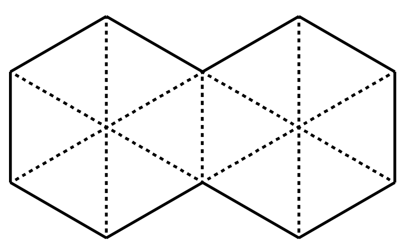
• résolvant des problèmes comportant des multiples et des facteurs. **N04** On s'attend à ce que les élèves sachent établir le lien entre des fractions impropres et des nombres fractionnaires, ainsi qu'entre des nombres fractionnaires et des fractions impropres. **N05** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris le rapport de façon concrète, imagée et symbolique.		

Contexte

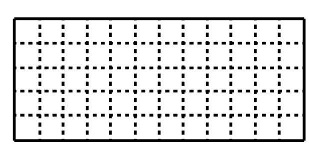
Même si l'on a présenté pour la première fois les fractions aux élèves en mathématiques de 3e année et poursuivi le travail sur les concepts en 4e, 5e et 6e année, il est très important que les élèves se voient offrir toutes sortes d'occasions de montrer qu'ils possèdent un bon sens des nombres qui sont des fractions avant de se concentrer sur les dénominateurs communs et sur les autres règles de calcul (Van de Walle et Lovin, 2006b, p. 87). Il faut tout d'abord que les élèves explorent le sens des fractions à l'aide de différents modèles : régions, ensembles, longueurs ou mesures, proportions, divisions, etc. Les articles à manipuler permettent aux élèves de se représenter les fractions sous forme visuelle et concrète. À mesure que leur maitrise des concepts abstraits se développe, les élèves établissent le rapport entre ce qu'ils dessinent et les représentations symboliques de ces concepts abstraits. Tenez compte du fait que les schémas inexacts peuvent déboucher sur des résultats inexacts. Il sera utile de calquer les modèles. Minimisez les inexactitudes en fournissant du papier quadrillé pour dessiner les rectangles et des modèles pour représenter les cercles, ou encore du papier à grille isométrique pour les blocs-formes fractionnaires. Comme autres possibilités, on a le tracé des contours des pièces fractionnaires, les blocs-formes fractionnaires ou le cadran d'une horloge. On peut aussi utiliser des règles ou des droites numériques avec des intervalles égaux, ou encore calquer les modèles. Lorsque les élèves dessinent leurs solutions, il convient de leur demander d'inclure une légende indiquant ce qui représente un tout.



Cercle horloge



Blocs-formes



Pièces fractionnaires

Il convient d'utiliser divers articles à manipuler dans vos schémas et de modéliser les deux opérations.

Pour aider les élèves à faire correctement l'addition et la soustraction de fractions en comprenant ce qu'ils font, il est indispensable que l'enseignant les aide à bien comprendre les concepts de numérateur, de dénominateur et d'équivalence, ainsi que la relation entre les nombres fractionnaires et les fractions impropres (NCTM, 2000, p. 218). Le nombre de parts égales dans un tout est le dénominateur et le nombre de parts auxquelles on fait référence forme le numérateur. Autrement dit, dans une fraction comme $\frac{5}{7}$, le tout est divisé en sept parts égales et on en a retenu cinq. Il convient de lire cette fraction en disant « cinq septièmes »; ne jamais dire « cinq sur sept »!

Les fractions sont un prolongement du système des nombres entiers et les principes de l'addition et de la soustraction de nombres entiers s'appliquent également à l'addition et la soustraction de fractions. Le sens de chacune de ces opérations pour les fractions est le même que le sens de l'opération pour les nombres entiers. Tout au long des mathématiques en maternelle et au primaire, on a développé chez les élèves la compréhension des concepts et des procédures en ce qui a trait aux opérations portant sur les nombres entiers et les nombres décimaux. Il convient d'utiliser cette compréhension des opérations pour donner un sens aux calculs faisant intervenir des fractions et il faudrait commencer en appliquant la même interprétation aux parts des fractions. Pour l'addition et la soustraction, il est crucial de bien comprendre que le numérateur représente le nombre de parts et le dénominateur le type de part.

« Il faudrait que l'estimation fasse partie intégrante du développement des compétences en calcul des élèves, afin que ceux-ci restent concentrés sur le sens des opérations et sur la taille attendue des résultats de ces opérations. » (Van de Walle et Lovin, 2006b, p. 66)

Pour l'estimation des sommes et des différences de fractions, on se concentre sur les repères que sont 0, $\frac{1}{2}$, 1, $1\frac{1}{2}$, 2, etc. Favorisez la souplesse de la réflexion chez les élèves en leur proposant des activités d'apprentissage qui établissent les liens suivants :

- lien entre les opérations faisant intervenir des nombres entiers et les opérations faisant intervenir des fractions;
- lien entre la soustraction de fractions et l'addition de fractions;
- lien entre les représentations concrètes, imagées et symboliques;
- lien entre les opérations faisant intervenir des fractions et des problèmes du monde réel.

(Alberta Education, 2004)

Encouragez les élèves à faire mentalement l'addition ou la soustraction de fractions quand cela est approprié. Certaines fractions équivalentes, comme $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{4}$, sont faciles à reconnaitre. Lorsqu'on maitrise la mise en évidence des facteurs communs et des multiples, il est plus facile de renommer les fractions moins faciles à reconnaitre. Les élèves seront beaucoup plus à l'aise pour ce qui est de mettre en évidence les facteurs et les multiples s'ils se remémorent facilement les choses à savoir sur la multiplication et la division et s'ils sont capables d'appliquer les règles de la divisibilité. Utilisez des fractions faciles qu'on peut aisément représenter à l'aide d'articles à manipuler ou de schémas et des fractions qu'il est facile de mettre en relation, comme les quatrièmes et les huitièmes. On peut donner comme exemple de combinaison de fractions facile les tiers et les sixièmes. En revanche, une combinaison comme les cinquièmes et les douzièmes est moins facile. Avec des fractions faciles, les élèves seront plus à l'aise quand il s'agit de trouver les fractions équivalentes et cela les aidera à prendre de l'assurance dans l'application des stratégies étudiées.

Lorsqu'on enseigne l'addition des fractions aux élèves, il est approprié de commencer par les fractions ayant des dénominateurs semblables, puis de passer aux fractions ayant des dénominateurs différents, pour enfin aborder les fractions impropres et les nombres fractionnaires. Il faut que les élèves fassent le lien entre l'addition et la soustraction de fractions. Il faudrait que les élèves appliquent leurs connaissances antérieures sur les facteurs pour mieux déterminer les dénominateurs communs et simplifier les fractions et les nombres fractionnaires.

Les articles à manipuler aident les élèves à élaborer des structures auxquelles ils peuvent se référer mentalement pour exécuter un travail pertinent sur les fractions. Utilisez divers articles à manipuler, comme les blocs, les pièces fractionnaires, les bandes fractionnaires et les cercles fractionnaires pour montrer l'addition de fractions ayant des dénominateurs semblables. Les blocs sont un bon modèle pour l'addition quand les fractions ont pour dénominateur 2, 3 ou 6. Les cercles fractionnaires se prêtent à un plus grand nombre de dénominateurs, comme 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10 ou 12. (Vous trouverez les cercles sur le site iTools: Fractions à l'adresse http://www-k6.thinkcentral.com/content/hsp/math/hspmath/na/common/itools_int_9780547584997_/fractions.html ou sur le site Web de l'Utah State University à l'adresse http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_274_g_2_t_1.html?open=activities.)

On peut définir un tout en utilisant d'autres formes, comme des rectangles. Encouragez les élèves à utiliser leurs schémas et à y réfléchir. Les élèves comprendront mieux en déterminant les forces et les faiblesses des diverses représentations d'un problème particulier. Une fois que les élèves ont modélisé l'addition de fractions avec des dénominateurs semblables, ils ne devraient pas avoir de mal à déterminer leur somme. En partant de l'addition de nombres entiers, les élèves procèdent à une généralisation pour l'addition de parts dans un tout. Par exemple, ils considèrent $\frac{2}{8}+\frac{5}{8}$ comme l'addition de deux huitièmes et de cinq huitièmes, qui fait sept huitièmes, soit $\frac{7}{8}$.

Encouragez les élèves, tout au long de l'unité, à simplifier les fractions afin qu'il soit plus facile pour eux de les comparer et d'effectuer des opérations. Ils ont auparavant travaillé avec des facteurs de nombres entiers. L'utilisation de modèles permet de mieux comprendre les équivalents fractionnaires et d'exprimer les fractions sous leur forme la plus simple. Une fois que les élèves utilisent des modèles pour additionner des fractions à dénominateur semblable, ils peuvent commencer à utiliser des blocs-formes fractionnaires, des pièces fractionnaires, des cercles fractionnaires, des bandes fractionnaires et des droites numériques pour additionner des fractions ayant des dénominateurs apparentés (par exemple, des tiers et des sixièmes ou des cinquièmes et des dixièmes), puis passer à des fractions à dénominateurs différents (par exemple, des tiers et des quarts). Il faudrait que la plupart des tâches fassent intervenir des dénominateurs « faciles » inférieurs à 12. À ce stade, évitez l'addition de nombres qu'aucun modèle ou schéma ne permet de représenter facilement. L'utilisation de modèles pour additionner des fractions à dénominateurs différents devrait conduire les élèves à découvrir le besoin de dénominateurs communs. Par exemple, quand les élèves créent des modèles pour 1/3 + 1/2, ils devraient se rendre compte rapidement que l'article à manipuler qu'ils utilisent devrait être divisé en sixièmes pour trouver la somme. Les élèves recherchent des pièces fractionnaires qui peuvent exactement couvrir un tiers et une moitié, dans ce cas-ci des sixièmes.

Ils peuvent tout d'abord essayer plusieurs possibilités avec leurs articles à manipuler avant de parvenir à cette conclusion. Donnez-leur l'occasion de parvenir à la conclusion, ce qui leur permettra de développer leur sens des fractions avant que vous leur présentiez les dénominateurs communs et les autres règles de calcul. Dans l'idéal, il faudrait utiliser comme dénominateur commun le plus petit commun multiple des deux dénominateurs différents. On peut ensuite progresser au niveau symbolique.

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} \xrightarrow[\times 2]{\times 2} \frac{2}{6} \quad \text{et} \quad \frac{1}{2} \xrightarrow[\times 3]{\times 3} \frac{3}{6}$$

$$\frac{2}{6}+\frac{3}{6}=\frac{5}{6}$$

Il est important que les élèves restent concentrés sur la signification des nombres et des opérations. Il faudrait que l'estimation joue un rôle dans l'acquisition de stratégies pour le travail sur les fractions. Grâce à l'utilisation de points de repère (près de 0, $\frac{1}{2}$, 1, $1\frac{1}{2}$, 2, etc.) sur laquelle ils ont travaillé précédemment, il faudrait les encourager à faire une estimation de la solution et à utiliser cette estimation pour vérifier si la réponse obtenue est vraisemblable. Lors du calcul de $\frac{1}{3}+\frac{5}{8}$, les élèves devraient pouvoir faire le raisonnement que $\frac{1}{3}$ est légèrement inférieur à $\frac{1}{2}$ et que $\frac{5}{8}$ est supérieur à $\frac{1}{2}$, de sorte que la réponse devrait être proche de 1.

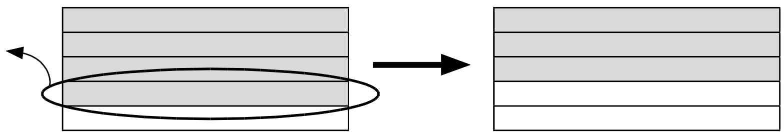
Ils peuvent ensuite utiliser un dénominateur commun pour déterminer la somme.

Il faudrait que les élèves vérifient toujours si leur réponse est raisonnable en la comparant à leur estimation de départ. Il est important que les élèves travaillent sur des problèmes comme $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$.

Bon nombre d'élèves concluent rapidement que le plus petit dénominateur commun est le produit des deux dénominateurs donnés, parce que, dans de nombreuses questions, c'est effectivement le cas. Il faut qu'ils voient que le plus petit dénominateur commun est souvent inférieur au produit des deux dénominateurs. Il est bon, pour cela, de leur présenter un cas extrême. Par exemple, quand on additionne $\frac{1}{12}$ et $\frac{1}{18}$, le produit des dénominateurs fait 216, mais le plus petit dénominateur commun est 36. L'enseignant peut demander aux élèves : « Quel est le calcul le plus facile : $\frac{18}{216}+\frac{12}{216}$ = ? ou $\frac{3}{36}+\frac{2}{36}$ = ? »

La soustraction de fractions, comme pour les nombres entiers, est l'opération inverse de l'addition. Il faudrait visualiser la soustraction avec divers modèles : blocs-formes fractionnaires, pièces fractionnaires, cercles fractionnaires, bandes fractionnaires et droites numériques. Pour la modélisation de la soustraction de fractions avec dénominateur semblable, les élèves peuvent enlever physiquement une pièce fractionnaire pour déterminer la différence. Par exemple, $\frac{4}{5}-\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$

considère  **comme étant le tout**



Pour la modélisation de la soustraction de fractions à dénominateurs différents, les élèves peuvent faire un chevauchement physique du diminuende et du diminuteur pour déterminer la différence.

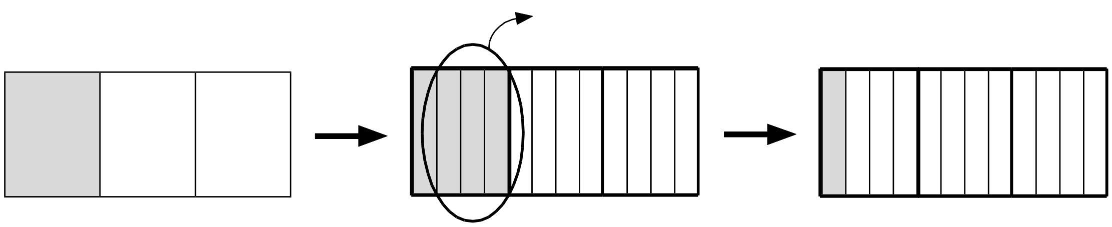
NOTE : Encouragez les élèves à ne dessiner que le diminuende et à utiliser une flèche pour montrer l'acte consistant à soustraire le diminuteur.

Exemple :

$$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$$

(diminuende) (diminuteur) (différence)

considère  **comme étant le tout**



NOTE : Ceci est le modèle de comparaison.

Lors de l'utilisation de modèles, assurez-vous que toutes les soustractions ont un diminuende supérieur au diminuteur, pour obtenir une différence positive.

On développe les compétences des élèves pour l'addition et la soustraction de nombres fractionnaires à partir des modèles et des algorithmes pour l'addition et la soustraction de fractions positives. On utilise divers modèles, entre autres les réglettes Cuisenaire et les bandes fractionnaires, pour aider les élèves à visualiser le travail sur les nombres fractionnaires. (Vous trouverez des exemples de ces modèles sur le site Web PBS Learning Media à l'adresse www.pbslearningmedia.org/resource/rttt12.math.cuisenaire/modelling-fractions-with-cuisenaire-rods/ ou sur le site NRICH de l'Université de Cambridge à l'adresse http://nrich.maths.org/4348.)

Il existe deux approches numériques pour l'addition et la soustraction de nombres fractionnaires. Pour l'addition et la soustraction, les élèves peuvent convertir les nombres fractionnaires en fractions impropres et les additionner comme ils additionneraient des fractions propres, puis convertir la réponse en nombre fractionnaire. Ou bien, pour l'addition, ils peuvent additionner les nombres entiers dans les nombres fractionnaires et les parties fractionnaires séparément, et ensuite exprimer la réponse sous la forme d'un nombre fractionnaire. Pour la soustraction, les élèves peuvent faire séparément la soustraction des parties fractionnaires du moment que la partie fractionnaire du diminuende est supérieure à la partie fractionnaire du diminuteur (p. ex. $3\frac{6}{7} - 2\frac{1}{3}$, en notant que $\frac{6}{7} > \frac{1}{3}$). Sinon, les élèves devront faire un regroupement à partir du nombre entier (p. ex. $2\frac{4}{7} - 1\frac{2}{3} = 1\frac{33}{21} - 1\frac{14}{21} = \frac{19}{21}$). Encouragez les élèves à simplifier pour obtenir les nombres les plus petits sous forme de fraction propre ou de nombre fractionnaire. Il convient d'utiliser des liens avec le monde réel tout au long du travail sur l'addition et la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires : recettes mesurant les ingrédients en tasses, tâches minutées faisant intervenir des heures, capacité faisant intervenir des portions, etc.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut utiliser des tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Dites aux élèves que vous avez essayé de trouver les multiples de 8 et avez obtenu la liste suivante : 0, 8, 16, 23, 32 et 40. Demandez-leur si la liste est complète. Demandez-leur si elle est correcte. Demandez-leur d'expliquer leur raisonnement.
- Demandez aux élèves de dresser la liste de tous les facteurs de 12 et des six premiers multiples de 12.
- Demandez aux élèves d'écrire autant de fractions impropres qu'ils peuvent avec les nombres 3, 6, 7 et 8. Demandez-leur de représenter l'une des fractions impropres à l'aide d'un modèle ou d'une image.
- Fournissez aux élèves plusieurs nombres fractionnaires et fractions impropres. Par exemple : $2\frac{1}{3}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{5}{3}$, $2\frac{3}{4}$, $1\frac{4}{5}$. Dites aux élèves de situer les nombres sur une droite numérique ouverte pour indiquer leur ordre de grandeur relatif.

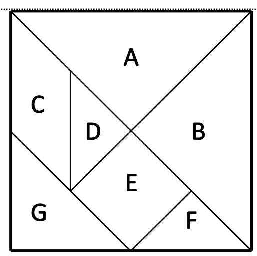
TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Explique pourquoi ceci ne tient pas debout : Sam a écrit $\frac{3}{4}$ h + $\frac{1}{2}$ h = $\frac{4}{6}$ h, en disant qu'il a travaillé à l'ordinateur pendant 45 minutes et regardé la télévision pendant une demi-heure. Explique l'erreur qu'il a faite pour déterminer le temps total consacré à ces activités. Quelle est la réponse correcte (exprimée sous forme de fraction)?
- Crée trois additions et trois soustractions dont la réponse est $\frac{3}{4}$.
- Réponds aux questions suivantes en justifiant ta réponse :
  - Est-ce que la réponse peut être des sixièmes quand on additionne des quarts et des tiers?

  – Est-ce que la réponse peut être des septièmes quand on additionne des quarts et des tiers?

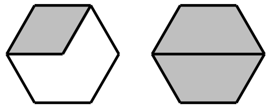
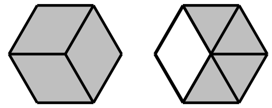
- On a un contenant à moitié plein. Quand on ajoute une demi-tasse de jus, le contenant est aux trois quarts plein. Combien de liquide le contenant peut-il contenir? Crée un modèle ou dessine ta réponse.
- Détermine, à l'aide de dessins, si la formule suivante est correcte : $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{8}$. Explique ton raisonnement.
- Les casse-têtes chinois tangram consistent en une forme carrée divisée en sept pièces. D'après le schéma ci-dessous, réponds aux questions suivantes :
  – Sachant que la pièce A représente $\frac{1}{4}$ du carré, que représentent les pièces B, C, D, E, F et G?
  – Quelle est la somme de A et de B? de B et de G? de E et de F?
  – Quelles sont les deux pièces du tangram dont la somme est égale à B? à C?
  – Invente toi-même un problème et résous-le.



- Définis trois expressions qui sont des additions avec des dénominateurs dissemblables et qui sont équivalentes à $\frac{6}{12}+\frac{3}{12}$.
- Utilise le carré magique fourni ci-dessous. La somme de chaque ligne, colonne ou diagonale dans ce carré magique doit faire 1. Trouve les valeurs manquantes.

		$\frac{5}{12}$
$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{3}$	
$\frac{1}{4}$		

- Rédige une addition représentant la fraction de chaque hexagone qui est en gris et utilise l'addition pour trouver la valeur totale des hexagones en gris.

a)  b) 

- Utilise des blocs-formes pour créer une structure sur du papier à grille isométrique et utilise ensuite l'addition de fractions pour décrire la structure. Il est possible d'utiliser différentes additions pour décrire la même structure.
- Demandez aux élèves si
  - ajouter des quarts et des tiers donne des sixièmes
  - ajouter des quarts et des tiers donne des septièmes

  Demandez-leur de justifier leurs réponses.
- « Jeu des trois réponses – L'addition de fractions »

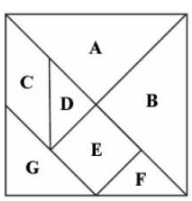
  Ce jeu à deux joueurs offre l'occasion de mettre en pratique l'addition des fractions.

  Matériel : planche de jeu (annexe B), jetons de deux couleurs, trombones

  Règles du jeu :
  - Le premier joueur choisit deux nombres en bas et met un trombone sur chacun. Il additionne ces deux nombres et met un jeton sur la réponse sur la planche de jeu.
  - Le deuxième jour ne déplace qu'UN des trombones en bas pour créer une deuxième opération. Il met ensuite un jeton sur la réponse.
  - On continue ainsi jusqu'à ce qu'un joueur ait trois réponses en ligne horizontalement, verticalement ou en diagonale.

  On peut modifier ce jeu pour la soustraction des fractions.
- Réponds à la question suivante : Ton ami a manqué le cours d'hier. Lors de la résolution d'un problème, aujourd'hui, il suggère comme réponse $\frac{5}{6}+\frac{5}{8}=\frac{10}{14}$. Que peux-tu faire pour le convaincre que ce n'est pas une solution vraisemblable?
- Utilise des articles concrets ou des schémas pour montrer la raison pour laquelle ce qui suit est une procédure incorrecte :

  $\frac{3}{8}-\frac{1}{4}=\frac{3-1}{8-4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$
- Utilise les articles concrets de ton choix pour créer deux questions de soustraction. Dessine des schémas illustrant tes questions. Mets un camarade de classe au défi de répondre à tes questions avec le matériel que tu as choisi.
- La pièce de tangram appelée « A » est retirée d'un tangram terminé. Rédige une soustraction montrant la fraction du tangram complet qui reste.



- À l'aide du tangram ci-dessus, rédige des questions de soustraction et réponds-y pour :
  - A – D
  - B – E
- Est-il possible de trouver deux nombres fractionnaires dont la somme est un nombre entier? Tu devrais expliquer ta réponse et donner si possible un exemple.

- Réponds à des questions comme les suivantes :
  - André joue de la guitare dans un groupe de rock. Pour une chanson qui fait 36 mesures, il joue pendant $4\frac{1}{2}$ mesures, puis s'arrête pendant $8\frac{3}{8}$ mesures, joue pendant 16 mesures, s'arrête pendant $2\frac{1}{4}$ mesures et joue la dernière partie du morceau. Combien de mesures y a-t-il dans la dernière partie du morceau?
  - Cette semaine, Marc s'est exercé au piano pendant $3\frac{1}{2}$ heures, a joué au soccer pendant $6\frac{1}{4}$ heures et a parlé au téléphone pendant $4\frac{1}{3}$ heures.
    - > Combien d'heures Marc a-t-il passées à s'exercer au piano et à jouer au soccer?
    - > Combien d'heures de plus Marc a-t-il passées à jouer au soccer par rapport au temps passé au téléphone?

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Utiliser des modèles concrets pour montrer la signification des fractions. Le numérateur d'une fraction sert à compter ou indiquer le nombre de parties fractionnaires (du type indiqué par le dénominateur). Le dénominateur indique le type de partie fractionnaire concerné (c'est-à-dire ce qu'on compte).
- Les élèves trouveront qu'il est difficile de concevoir ce qui représente un tout, alors il est important d'utiliser divers articles, pour que leur compréhension ne dépende pas d'un modèle unique.
- Donner aux élèves l'occasion de varier la forme utilisée pour représenter le tout. Utiliser différentes formes au sein d'un modèle ou d'un article à manipuler particulier pour représenter le tout. Par exemple, on peut utiliser, pour représenter le tout, un hexagone, mais aussi un trapézoïde, un chevron, un rhombe, etc.
- Utiliser un contexte de résolution de problèmes qui a de la pertinence pour les élèves.
- Relier des problèmes appliquant l'addition et la soustraction de fractions et de nombres fractionnaires à des problèmes comparables faisant intervenir des nombres entiers. Inclure diverses structures de problèmes pour l'addition et la soustraction (comme partie–partie–tout) et des comparaisons tirées des niveaux scolaires précédents, comme : $\frac{1}{2} + \square = \frac{5}{8}$, $\square + \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$, etc.
- Relier la soustraction de fractions à l'addition de fractions.
- Faire l'estimation de sommes et de différences de fractions avant de les calculer, en vous servant de points de repère (0, $\frac{1}{2}$, 1, $1\frac{1}{2}$, 2, etc.).
- Dire aux élèves d'explorer les sommes et différences de fractions en se servant de divers modèles.
- Insister sur la nécessité pour les élèves de faire le lien entre les représentations concrètes, imagées et symboliques des sommes et des différences de fractions. Une fois que les élèves auront bien assimilé le fait que les fractions peuvent être additionnées ou soustraites sous forme symbolique, ils dépendront moins des modèles concrets ou imagés.
- S'assurer que les élèves prennent bien en note toutes les solutions aux calculs faisant intervenir des fractions sous la forme la plus simple.
- Donner aux élèves diverses expressions faisant intervenir l'addition et la soustraction de fractions, avec des fractions et des nombres fractionnaires positifs. Leur demander d'expliquer comment

déterminer la différence ou la somme à l'aide d'articles de matériel concret, de dessins ou de descriptions.

- Donner aux élèves des solutions pour diverses expressions d'addition et de soustraction de fractions, dont certaines contiennent des erreurs. Par exemple :

  $12\frac{1}{4} - 9\frac{2}{3} = 3\frac{5}{12}$

  $\frac{7}{8} + \frac{1}{3} = \frac{8}{11}$

  $2\frac{1}{5} - 1\frac{3}{5} = 1\frac{2}{5}$

  Trouver les erreurs et expliquer comment les corriger.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Dites aux élèves de résoudre des problèmes contextuels à l'aide de modèles concrets. À mesure que leur compréhension se développe, les élèves peuvent noter les étapes sous forme symbolique au fil de la résolution. Fournissez divers contextes : pâtisserie, pelouse à tondre, temps, etc.
- Créez des cartes avec des expressions faisant intervenir des additions et leurs représentations équivalentes sous forme d'articles à manipuler. Chaque élève reçoit une carte avec soit l'expression soit la représentation sous forme d'articles à manipuler. Demandez aux élèves de trouver leur partenaire dans la salle. Ensuite, chaque groupe de deux doit expliquer pourquoi les deux cartes vont ensemble.
- Créez des cartes avec des expressions faisant intervenir des soustractions et leurs représentations équivalentes sous forme d'articles à manipuler. Chaque élève reçoit une carte avec soit l'expression soit la représentation sous forme d'articles à manipuler. Demandez aux élèves de trouver leur partenaire dans la salle. Ensuite, chaque groupe de deux doit expliquer pourquoi les deux cartes vont ensemble.
- Julie a additionné des fractions et sa réponse est $\frac{5}{8}$. Quelles ont pu être les fractions de départ? Combien de réponses différentes peut-il y avoir?
- Utilise des schémas pour modéliser l'addition et la soustraction de fractions.

  $\frac{3}{5}+\frac{1}{2}$ $\qquad$ $\frac{6}{10}+\frac{5}{10}$ $\qquad$ $\frac{3}{8}-\frac{1}{4}$
- Lorsqu'on soustrait une fraction à une autre fraction, la différence est zéro. Les fractions ont des dénominateurs différents. Détermine ce qu'ont pu être les fractions de départ. Donne deux réponses possibles.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- modèles/graphiques en cercle
- jetons
- réglettes Cuisenaire
- blocs fractionnaires
- cercles fractionnaires
- pièces fractionnaires
- bandes fractionnaires
- papier quadrillé
- droite numérique
- blocs-formes
- divers objets pour compter (jetons, billes, etc.)

LANGAGE MATHÉMATIQUE

ENSEIGNANT	ÉLÈVE
▪ cumulande ▪ dénominateur ▪ différence ▪ diminuende ▪ diminuteur ▪ facteur ▪ fraction ▪ fraction impropre ▪ fraction propre ▪ fractions équivalents ▪ multiple ▪ nombre fractionnaire ▪ numérateur ▪ plus grand commun diviseur ▪ plus petit commun multiple ▪ simplifier ▪ somme ▪ termes les moins élevés	▪ dénominateur ▪ différence ▪ facteur ▪ fraction ▪ fraction impropre ▪ fraction propre ▪ fractions équivalents ▪ multiple ▪ nombre fractionnaire ▪ numérateur ▪ plus grand commun diviseur ▪ plus petit commun multiple ▪ simplifier ▪ somme ▪ termes les moins élevés

Ressources/Notes

Imprimé

Making Math Meaningful to Canadian Students K–8, 2e édition (Small, 2013), p. 264–269
Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Module 5 – Les opérations sur les fractions (no NSSBB : 2001640)
  - Section 5.1 – Additionner des fractions à l’aide de modèles
  - Section 5.2 – Additionner des fractions à l’aide d’autres modèles
  - Section 5.3 – Additionner des fractions à l’aide de symboles
  - Section 5.4 – Soustraire des fractions à l’aide de modèles
  - Section 5.5 – Soustraire des fractions à l’aide de symboles
  - Section 5.6 – Additionner des nombres fractionnaires
  - Section 5.7 – Soustraire des nombres fractionnaires
  - Lire et écrire en maths : Écrire des solutions complètes
  - Problème du module : La publication d’un livre
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (no NSSBB : 2001641)
  - fiches d’évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (no NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l’élève pour projection

- matériel reproductible modifiable

Internet

- « Cuisenaire Environment », *NRICH Enriching Mathematics* (Université de Cambridge, 2015) : http://nrich.maths.org/4348
- « Fraction Pieces », *Utah State University* (Utah State University, 2015) : http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_274_g_2_t_1.html?open=activities
- « iTools: Fractions », *Houghton Mifflin Harcourt School Publishers* (Houghton Mifflin Harcourt School Publishers, 2015) : www-k6.thinkcentral.com/content/hsp/math/hspmath/na/common/itools_int_9780547584997_/fractions.html
- documents pour la diazocopie en mathématiques de la maternelle à la 9e année – table des matières, Ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance de la Nouvelle-Écosse (Province de la Nouvelle-Écosse, 2015) : http://lrt.ednet.ns.ca/PD/BLM/table_of_contents.htm
- « Modeling Fractions with Cuisenaire Rods », *PBS Learning Media* (PBS et WGH, 2015) : www.pbslearningmedia.org/resource/rttt12.math.cuisenaire/modelling-fractions-with-cuisenaire-rods

RAS N06 : On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent l'addition et la soustraction de nombres entiers, sous forme concrète, imagée et symbolique. [C, L, RP, R, V]			
[C] Communication estimations	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

N06.01 Expliquer à l'aide de matériel concret, comme des carreaux algébriques et des diagrammes, que la somme de nombres entiers opposés est égale à zéro.
N06.02 Illustrer les résultats d'additions ou de soustractions de nombres entiers négatifs et de nombres entiers positifs en utilisant une droite numérique.
N06.03 Additionner deux nombres entiers donnés à l'aide de matériel concret ou de représentations imagées et prendre en note la marche à suivre sous forme symbolique.
N06.04 Soustraire deux nombres entiers donnés à l'aide de matériel concret ou de représentations imagées et prendre en note la marche à suivre sous forme symbolique.
N06.05 Illustrer le lien entre l'addition de nombres entiers et la soustraction de nombres entiers.
N06.06 Résoudre un problème donné faisant intervenir l'addition et la soustraction de nombres entiers.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 6	**Mathématiques 7**	**Mathématiques 8**
N07 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les nombres entiers de façon concrète, imagée et symbolique.	**N06** : On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent l'addition et la soustraction de nombres entiers, sous forme concrète, imagée et symbolique.	**N07** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la multiplication et la division de nombres entiers, sous forme concrète, imagée et symbolique.

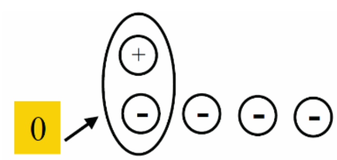
Contexte

Les entiers relatifs sont un ensemble de nombres comprenant les entiers naturels (1, 2, 3, etc.), les nombres opposés (–1, –2, –3, etc.) et zéro. On parle aussi des nombres entiers et de leurs opposés. Les entiers relatifs représentent à la fois une quantité (un ordre de grandeur) et une direction par rapport à zéro. Les nombres entiers positifs sont supérieurs à zéro et se situent à droite de zéro sur la droite numérique. On les représente à l'aide d'un symbole positif (+) avant le nombre, par exemple « +5 ». Les nombres entiers négatifs sont inférieurs à zéro et sont situés à gauche de zéro sur la droite numérique. On les représente à l'aide d'un symbole négatif (–) avant le nombre, par exemple « –3 ». Il existe deux notations courantes pour les entiers relatifs. Les symboles sont écrits avec le signe « + » ou « – » avant le nombre entier, par exemple « –5 » ou « +3 », ou entre parenthèses, par exemple « (+5) », « (–3) », etc. On utilise couramment les parenthèses dans les documents pour les élèves pour éviter toute confusion entre le signe utilisé pour les entiers relatifs et la façon de noter les additions et les soustractions. Dans l'expression (+5) – (–3), par exemple, les parenthèses indiquent que les nombres qu'elles contiennent sont des entiers relatifs et permettent de faire la distinction avec le symbole de la soustraction.

Il est important, dans la vie quotidienne, de bien comprendre les entiers relatifs et de savoir les utiliser. On les rencontre souvent dans des contextes comme les finances (valeur nette, bilans, pertes et profits, etc.), les placements, les températures, les altitudes, la durée pertinente pour des évènements et les sports. Proposez aux élèves des problèmes contextualisés de cette nature. Il est nécessaire de bien maitriser les entiers relatifs quand on évalue des expressions algébriques et qu'on résout des équations. Elle permet aux élèves de représenter graphiquement des relations dans les quatre quadrants du plan cartésien. On peut appliquer le travail sur les entiers relatifs, par la suite, à l'étude des expressions rationnelles et l'élargir aux nombres irrationnels et aux nombres réels. Il poursuit le développement du sens des nombres chez les élèves et les prépare à toutes sortes d'activités de résolution de problèmes. Le travail sur les opérations avec les entiers relatifs s'appuie sur le travail sur les opérations avec des nombres entiers.

L'équilibre entre valeurs positives et valeurs négatives s'exprime à l'aide de ce qu'on appelle le « principe zéro ». C'est le principe fondamental qui sous-tend de nombreux calculs faisant intervenir des entiers relatifs. Il est indispensable d'insister sur ce principe zéro et sur son application dans les situations faisant intervenir des additions et des soustractions. Par exemple, (–1) + (+1) = 0, (–3) + (+3) = 0, (–17) + (+17) = 0. La somme de toute paire d'entiers relatifs opposés est zéro. À partir de ce principe, on peut exprimer zéro et les autres entiers relatifs de multiples façons.

On a un jeton ou un carreau représentant (+1) et un autre représentant (–1). Ensemble, ils forment une paire nulle. La combinaison de ces deux jetons représente le nombre zéro. Tout entier relatif peut être représenté de nombreuses façons différentes. Voici par exemple une manière de représenter –3 à l'aide de carreaux de couleur.



L'utilisation des carreaux ou jetons et du principe zéro pour illustrer les diverses façons de représenter un nombre aidera les élèves à parvenir à la conclusion que l'ajout d'une paire nulle ne modifie pas la valeur de l'entier relatif représenté. Le travail avec des paires nulles sera important quand les élèves font concrètement un travail d'addition et de soustraction d'entiers relatifs. Les élèves progresseront en faisant un travail d'addition et de soustraction d'entiers relatifs sous forme symbolique. Ils feront des généralisations et appliqueront les règles régissant ces opérations sur les entiers relatifs.

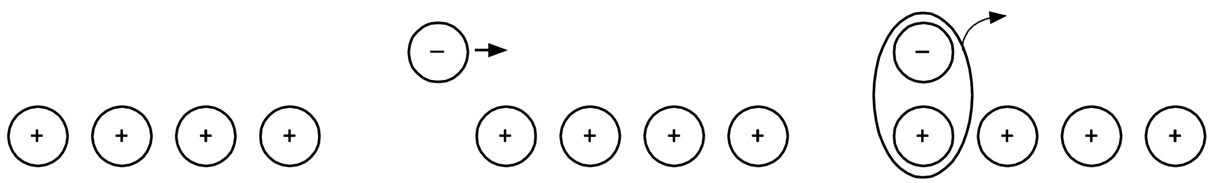
On utilise comme modèles concrets pour représenter des entiers relatifs des jetons de couleur, des carreaux algébriques et des droites numériques. Il existe également des modèles numériques et des simulations qui permettent aux élèves de travailler à partir de représentations de jetons positifs et négatifs. Il convient d'exposer les élèves à de multiples modèles. L'approche la plus conceptuelle est peut-être de procéder à un développement des aptitudes en parallèle, en utilisant les deux types de modèles en même temps. Les entiers relatifs font intervenir deux concepts : « quantité » et « opposé ». On illustre la quantité à l'aide du nombre de jetons ou de la longueur des flèches sur une droite numérique. On illustre l'opposition en utilisant des couleurs ou des directions différentes. Nous fournissons un exemple d'addition d'entiers relatifs avec chaque type de modèle.

(+4) + (–1) = +3

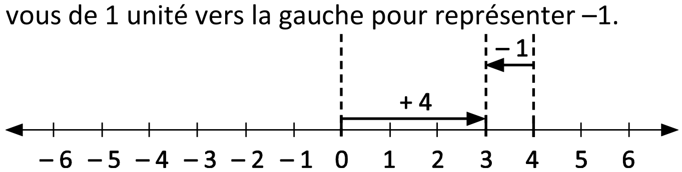
John a obtenu un score de +4 lors de sa première partie dans un tournoi de hockey. Il a obtenu –1 lors de la deuxième partie. Quel était son score à l'issue des deux premières parties?

Bill a obtenu un score de +4 à la fin des neuf premiers trous d'un parcours de golf. Pour les neuf trous suivants, il a obtenu un score de –1. Quel était son score à la fin des 18 trous?

Après une grosse pluie, la rivière Sackville a atteint un niveau de 4 mètres supérieur à son niveau ordinaire. Au bout d'une journée, le niveau a baissé de 1 m. Quel était le niveau de la rivière le deuxième jour?



Commencez à 0. Décalez-vous de 4 unités vers la droite pour représenter +4. À partir de là, déplacez-vous de 1 unité vers la gauche pour représenter –1.

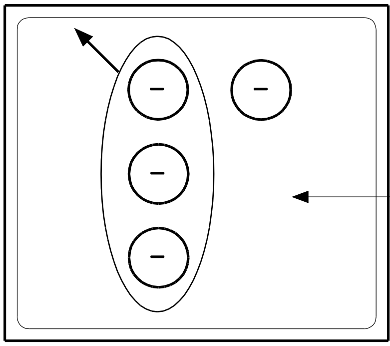


L'été a été sec à Shubenacadie. La rivière s'est retrouvée à 2 m en dessous de son niveau normal. Pendant le mois d'aout, il n'a pas plu et le niveau a encore baissé d'un mètre. À quel niveau la rivière se situe-t-elle désormais par rapport à son niveau normal?
(–2) + (–1) = (–3)

La distance à laquelle l'entier relatif se trouve de zéro représente l'ordre de grandeur de l'entier relatif et la direction par rapport à zéro indique s'il est positif ou négatif. L'enseignant peut illustrer l'utilisation correcte de la valeur absolue (c'est-à-dire de la distance entre l'entier relatif et zéro sur une droite numérique), mais on ne s'attend pas, à ce niveau, à ce que les élèves connaissent le terme. Sur une droite numérique verticale, la distance au-dessus de zéro représente les entiers relatifs positifs. La distance en dessous de zéro représente les entiers relatifs négatifs. Les nombres augmentent en valeur absolue au-dessus de zéro le long d'une droite numérique verticale et leur valeur baisse en dessous de zéro le long d'une droite numérique verticale. Sur une droite numérique horizontale, la valeur des entiers relatifs augmente à droite de zéro et diminue à gauche de zéro. Les valeurs augmentent toujours de gauche à droite et diminuent toujours de droite à gauche.

L'utilisation de modèles aide les élèves à bien saisir sur le plan conceptuel les principes suivants pour l'addition d'entiers relatifs.
1. La somme de deux entiers relatifs positifs est positive.
2. La somme de deux entiers relatifs négatifs est négative.
3. La somme d'un entier relatif négatif et d'un entier relatif positif peut être positive ou négative. La somme a le signe du nombre qui est le plus éloigné de zéro.

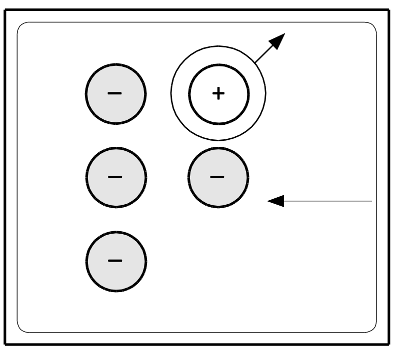
Comme pour l'addition, il est important que les élèves saisissent bien sur le plan conceptuel la soustraction d'entiers relatifs. Il convient de modéliser la soustraction d'entiers relatifs à l'aide de jetons de couleur et de droites numériques. L'une des possibilités pour la soustraction d'entiers relatifs est d'utiliser l'idée d'« enlever ». C'est facile à gérer quand les entiers relatifs ont le même signe et le diminuteur est plus proche de zéro que le diminuende ou la quantité de départ. Par exemple, on peut illustrer (–4) – (–3) avec des jetons comme suit.



Place 4 jetons négatifs sur le tapis pour représenter – 4. Enlève 3 jetons négatif pour démontrer la soustraction de (ou enlever) – 3.

Donc, – 4 – (– 3) = – 1

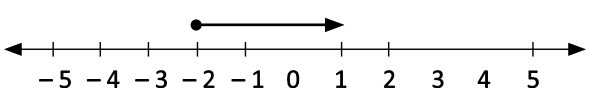
Lorsqu'il n'est pas directement possible d'enlever, il est nécessaire d'ajouter des paires nulles pour modifier la représentation du diminuende et de permettre à l'élève d'enlever les carreaux représentant le diminuteur. Aidez les élèves à comprendre en utilisant des questions pertinentes. Pour calculer (–3) – (+1), demandez aux élèves comment représenter (–3) de façon à pouvoir enlever (+1).



Place 3 negative counters on the mat to show – 3. To subtract + 1, you must remove 1 positive counter. But there are no positive counters on the mat. You must add 1 zero pair to the mat. The value of the counters on the mat does not change. Then you can remove 1 positive counter.

When 1 is taken away from – 3, the result is – 4. So (– 3) – (+1) = – 4

Pour soustraire des entiers relatifs, vous pouvez également utiliser le sens d'« addition mentale ». Pour calculer (+1) – (–2), demandez aux élèves : « Combien faut-il ajouter à (–2) pour aboutir à (+1)? » Avec une droite numérique, commencez à (–2) et dessinez un flèche pour atteindre (+1). Cette flèche a une longueur de 3 vers la droite. $\therefore$ (+1) – (–2) = +3.



La règle « pour soustraire un entier relatif, additionnez l'opposé » permet certes aux élèves de trouver la bonne réponse, mais elle ne les aide pas à bien saisir le concept. Il faudrait mener les élèves à cette conclusion en utilisant des modèles. Par exemple, on utilise la droite numérique pour soustraire un entier négatif à un entier positif. Dans une telle situation, il est plus facile pour les élèves de voir pourquoi on peut ajouter l'opposé pour soustraire. Dans l'exemple précédent, (+1) – (–2) nous indique quoi ajouter à (–2) pour arriver à (+1). Pour aller de (–2) à (+1), on se déplace de deux crans vers la droite pour arriver à 0, puis d'un cran supplémentaire vers la droite pour arriver à (+1). La quantité totale à additionner est (+2) + (+1) ou encore, comme l'addition est commutative, (+1) + (+2). Les élèves devraient maintenant voir que (+1) – (–2) = (+1) + (+2). On peut également utiliser des régularités pour cela. Demandez aux élèves d'étudier une régularité comme la suivante :

(+4) – (+2) = 2	(+4) + (–2) = 2
(+4) – (+1) = 3	(+4) + (–1) = 3
(+4) – (0) = 4	(+4) + (0) = 4
(+4) – (–1) = 5	(+4) + (+1) = 5
(+4) – (–2) = 6	(+4) + (+2) = 6

La comparaison de chaque colonne devrait les amener à conclure que la soustraction débouche sur la même réponse que l'addition de l'opposé. Il faudrait que les élèves soient conscients du fait que l'addition est commutative, mais que la soustraction ne l'est pas. De fait, si l'on change l'ordre des entiers relatifs dans la soustraction, on obtient l'entier relatif opposé.

Il faudrait que les élèves finissent par ne plus dépendre de modèles dans leur utilisation de l'arithmétique des entiers relatifs. Mais il est important qu'ils ne considèrent pas les règles de procédure comme arbitraires. Il est important d'aboutir à la bonne réponse, mais il faut mettre l'accent sur les justifications et non sur la vitesse à laquelle on trouve la réponse.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut utiliser des tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Demandez aux élèves : « Combien d'entiers relatifs négatifs sont supérieurs à –9? »
- Dites aux élèves qu'un nombre se situe à 14 sauts de son opposé sur une droite numérique. Demandez-leur : « Quel est le nombre? »
- Demandez aux élèves d'expliquer si les énoncés suivants sont vrais ou faux :
  - Lorsqu'un nombre négatif est plus éloigné de 0, il est inférieur à un nombre négatif proche de zéro.
  - Les nombres négatifs sont toujours inférieurs aux nombres positifs.
  - Les nombres positifs sont toujours supérieurs aux nombres négatifs.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Utilise une droite numérique ou des jetons de deux couleurs pour expliquer pourquoi les calculs suivants sont corrects.
  (–3) + 8 = 5
  (–5) – 3 = –8
  (–4)– (–6) = 2

9 + (–2) = 7
6 – 4 = 2
8 – (–3) = 11

- Jean a économisé 50 $ à l'automne. Il doit 15 $ à un ami. Il a gagné 20 $ en tondant des pelouses. Quelle est la valeur nette de l'avoir de Jean?
- Trouve des paires d'entiers relatifs dont la somme fait –16 et
  - l'un des nombres est inférieur à –16
  - l'un des nombres est supérieur à +16
  - l'un des nombres est supérieur à 0 et inférieur à +5
- Peux-tu représenter +2 avec un nombre impair de jetons? Explique pourquoi ou pourquoi pas.
- Illustre (– 2) – (– 4) à l'aide d'une droite numérique.
- Est-ce que la somme d'un entier relatif négatif et d'un entier relatif positif est toujours négative? Explique pourquoi ou pourquoi pas.
- Est-ce qu'on peut représenter +2 avec un nombre impair de jetons? Explique ton raisonnement.
- Réponds à la question suivante : Tim a une dette de 55 $. Il gagne 30 $ par jour pendant deux jours et achète un pantalon pour 39 $. Quelle est désormais la somme d'argent qu'il possède ou qu'il doit? Inclus un schéma et une expression numérique.
- Est-ce que la somme d'un nombre négatif et d'un nombre positif est toujours négative? Explique ton raisonnement.
- Quand tu additionnes deux entiers relatifs négatifs, tu obtiens toujours une somme négative. Quand tu soustrais deux entiers relatifs négatifs, est-ce que tu obtiens toujours une différence négative? Explique-toi à l'aide d'exemples.
- Réponds aux questions suivantes :
  - Est-ce que la différence entre un nombre négatif et un nombre positif est toujours négative? Explique ton raisonnement.
  - Comment soustraire des entiers relatifs avec des carreaux? Explique-toi et donne un exemple.
  - Sans calculer la différence entre deux entiers relatifs, comment savoir si la réponse sera positive, négative ou nulle? Explique-toi à l'aide d'exemples.
- Rédige une équation d'addition pour décrire chaque situation et explique son sens.
  - Avant que tu t'endormes hier soir, la température était de –3 °C. Pendant la nuit, la température a baissé de 5 °C. Quelle était la température le matin?
  - M^me^ Lebrun s'est garée dans le stationnement à 10 m sous le niveau de la rue. Elle a ensuite pris l'ascenseur pour monter de 27 m jusqu'à son bureau. À quel niveau au-dessus de la rue se trouve son bureau?
- Rédige une équation de soustraction pour chaque situation.
  - Un joueur passe le ballon de soccer en le faisant avancer de 5 m vers l'avant. L'autre équipe contre et renvoie le ballon de 6 m dans l'autre sens. Quel a été le changement total dans la distance du ballon?
  - Si la température moyenne à Yarmouth est de 19 °C en juillet et de –6 °C en janvier, quelle est la différence entre la température moyenne la plus élevée et la température moyenne la plus basse?
  - Adam et André creusent dans le sable à la plage. Adam a creusé un trou à 22 cm sous la surface et André a creusé un trou à 13 cm sous la surface. Quelle est la différence entre les profondeurs des deux trous?

Planification de l’enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Bien insister sur le fait que les élèves doivent commencer par une représentation concrète, puis passer à une représentation imagée et enfin parvenir à une représentation symbolique des sommes et différences d’entiers relatifs.
- Donner aux élèves des occasions d’utiliser diverses formes dans un modèle pour représenter le tout. Par exemple, lorsque vous utilisez des blocs-formes, l’hexagone jaune peut représenter le tout et, quand vous combinez des blocs-formes à des blocs fractionnaires, le décagone rose peut servir à représenter le tout et alors l’hexagone jaune représente la moitié.
- Relier la soustraction des entiers relatifs à l’addition des entiers relatifs.
- Utiliser des problèmes à résoudre qui ont de la pertinence pour les élèves.
- Relier les problèmes d’application de l’addition et de la soustraction d’entiers relatifs à des problèmes comparables faisant intervenir des nombres entiers.
- Dire aux élèves d’explorer les sommes et différences d’entiers relatifs avec divers modèles : carreaux algébriques, jetons de deux couleurs, flèches sur une droite numérique, etc. Il convient de noter qu’il est important d’utiliser toujours une légende dans la représentation imagée de nombres entiers, pour que les élèves sachent quelle couleur représente les entiers relatifs positifs et quelle couleur représente les entiers relatifs négatifs. Il n’existe pas de norme universelle pour cela et il faut que les élèves soient souples dans leur façon de penser.
- Inclure des problèmes de structures diverses, comme « partie–partie–tout » et « comparaison », tirés des niveaux scolaires précédents. Par exemple, (–6) – ☐ ⍰ = 3 ☐ + 2 = (–5) (–9) = (–4)+ (– ☐).
- Dire aux élèves de justifier les stratégies qu’ils utilisent pour trouver les sommes et différences d’entiers relatifs et leur offrir l’occasion de discuter des stratégies utilisées par les autres.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L’APPRENTISSAGE

- Fais l’addition et la soustraction d’entiers relatifs à l’aide de carrés magiques. Par exemple :

	–7	
		–11
–9	–1	–2

- Jette deux dés de couleur différente. Choisis une couleur pour les nombres négatifs et une couleur pour les nombres positifs et trouve la somme des nombres obtenus. Jette à nouveau les dés, trouve la somme et ajoute le résultat à la somme précédente. Continuez à tour de rôle jusqu’à ce qu’une personne arrive à +20 ou –20. Pourquoi est-il juste d’accepter +20 ou –20 comme score gagnant?
- Résous et crée des problèmes utilisant des situations de la vie réelle : fuseaux horaires, température, altitude, niveau sous la mer, pertes et profits, jeux, sports, parts d’actions, etc.
- Créez des cartes en écrivant sur elles des entiers relatifs opposés. Distribue les cartes aux élèves. Dites-leur de trouver leur opposé et de s’assoir avec lui pour former une paire nulle.

- À l’aide de carreaux représentant des entiers relatifs, montre trois manières d’illustrer un entier relatif comme –7, 8, –2, etc. Présente tes modèles à la classe.
- Représente un aussi grand nombre d’entiers relatifs que tu le peux avec très exactement neuf jetons représentant des entiers relatifs.
- Tu gagnes 5 $, puis dépenses 5 $. Quelle est ta perte ou quel est ton profit? Dessine des schémas avec des jetons représentant des entiers relatifs pour illustrer ce problème.
- Répartissez les élèves par équipes. Commencez en demandant à chaque équipe de se tenir debout. Rédigez au tableau une expression représentant une addition et demandez aux élèves de rédiger la réponse. Les élèves dont la réponse est correcte restent debout. Les autres s’assoient. Après trois questions, l’équipe qui a le plus d’élèves encore debout gagne 10 points. Un des membres de l’équipe est choisi pour tenter de faire quelque chose d’amusant (par exemple, lancer une balle de basketball en caoutchouc dans un filet) pour gagner 5 points de plus pour son équipe. Après, on commence un nouveau tour. L’équipe qui arrive à 100 points en premier gagne.
- Trouve trois paires d’entiers relatifs dont la somme fait –29.
- Les élèves créent et résolvent leurs propres problèmes faisant intervenir des situations de la vie réelle : fuseaux horaires, température, altitude et niveau sous la mer, pertes et profits, etc.
- Trouve des figures dans le journal quotidien qui montrent les températures maximale et minimale pour la journée dans différentes villes à travers le monde. Utilise les informations des figures pour inventer deux problèmes faisant intervenir la soustraction de nombres positifs et négatifs. Trouve les solutions, puis échange tes problèmes avec d’autres élèves et résous ceux de vos camarades.
- L’enseignant peut utiliser du ruban masque (ou un autre type de ruban) pour tracer une grande droite numérique au sol. Les élèves peuvent discuter de l’utilisation d’une droite numérique pour la soustraction et pour l’addition d’entiers relatifs. Les élèves peuvent marcher le long de la droite numérique pour montrer des soustractions comme (+7) – (–3) or (–4) – (–2).

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D’ARTICLES À MANIPULER

- carreaux algébriques
- droites numériques horizontales
- droites numériques verticales
- jetons de deux couleurs
- thermomètres

LANGAGE MATHÉMATIQUE

ENSEIGNANT	ÉLÈVE
▪ diminuende ▪ diminuteur ▪ entier relatif ▪ entier relatif négatif ▪ entier relatif positif ▪ ordre de grandeur ▪ principe zéro ▪ signe ▪ valeur absolue	▪ entier relatif ▪ entier relatif négatif ▪ entier relatif positif ▪ principe zéro ▪ signe

Ressources

Imprimé

Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Module 2 – Les nombres entiers (nº NSSBB : 2001640)
  - Section 2.1 – Représenter des nombres entiers
  - Section 2.2 – Additionner des nombres entiers à l’aide de carreaux
  - Section 2.3 – Additionner des nombres entiers à l’aide d’une droite numérique
  - Section 2.4 – Soustraire des nombres entiers à l’aide de carreaux
  - Section 2.5 – Soustraire des nombres entiers à l’aide d’une droite numérique
  - Problème du module : Quelle heure est-il?
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (nº NSSBB : 2001641)
  - fiches d’évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (nº NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l’élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Internet

- « National Library of Virtual Manipulatives : Number et Operations (Grades 3–5) », Utah State University (Utah State University, 2015) : http://nlvm.usu.edu/en/nav/category_g_2_t_1.html (Choisir « Color Chips—Addition » ou « Color Chips—Subtraction » dans la liste fournie d’articles à manipuler virtuels.)

<table>
<tr><td colspan="4">RAS N07 : On s’attend à ce que les élèves comparent, ordonnent et placent des fractions positives, des nombres décimaux positifs (jusqu’au millième) et des nombres entiers à l’aide de points de repère, de la valeur de position et des fractions équivalentes ou nombres décimaux équivalents.
[L, R, V]</td></tr>
<tr><td>[C] Communication
[T] Technologie</td><td>[RP] Résolution de problèmes
[V] Visualisation</td><td>[L] Liens
[R] Raisonnement</td><td>[CM] Calcul mental et estimations</td></tr>
</table>

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d’indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d’apprentissage spécifique correspondant.

N07.01 Placer un ensemble donné de fractions propres avec un dénominateur commun et avec des dénominateurs différents sur une droite numérique et expliquer les stratégies utilisées pour déterminer leur ordre.

N07.02 Placer un ensemble donné de fractions positives incluant des nombres fractionnaires et des fractions impropres sur une droite numérique et expliquer les stratégies utilisées pour déterminer leur ordre.

N07.03 Placer un ensemble donné de nombres décimaux positifs sur une droite numérique et expliquer les stratégies utilisées pour déterminer leur ordre.

N07.04 Comparer et ordonner les nombres d’un ensemble donné comprenant des fractions positives, des nombres décimaux positifs ou des nombres entiers par ordre croissant ou décroissant et vérifier le résultat à l’aide de diverses stratégies.

N07.05 Trouver un nombre situé entre deux nombres donnés dans une suite ordonnée ou sur une droite numérique.

N07.06 Trouver les nombres positifs qui ne sont pas bien placés dans une suite ordonnée ou sur une droite numérique.

N07.07 Ordonner les nombres d’un ensemble donné en les plaçant sur une droite numérique comprenant des points de repère tels que 0 et 1 ou 0 et 5.

N07.08 Placer un ensemble donné comprenant des fractions positives, des nombres décimaux positifs ou des nombres entiers sur une droite numérique et expliquer la stratégie utilisée pour les ordonner.

Portée et ordre des résultats d’apprentissage

Mathématiques 6	Mathématiques 7	Mathématiques 8
N01 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris la valeur de position pour des nombres : • supérieurs à un million • inférieurs à un millième. **N04** On s’attend à ce que les élèves sachent établir le lien entre des fractions impropres et des nombres fractionnaires, ainsi qu’entre des nombres fractionnaires et des fractions impropres.	**N07** : On s’attend à ce que les élèves comparent, ordonnent et placent des fractions positives, des nombres décimaux positifs (jusqu’au millième) et des nombres entiers à l’aide de points de repère, de la valeur de position et des fractions équivalentes ou nombres décimaux équivalents.	-

N07 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les nombres entiers de façon concrète, imagée et symbolique.		

Contexte

Pour bien savoir comparer et ordonner des fractions et des nombres décimaux, il faut que les élèves comprennent l'ordre de grandeur de ces nombres dans notre système numérique et la façon de les représenter. Il faut qu'ils prennent conscience du fait que les fractions et les nombres décimaux sont deux façons interchangeables de représenter la même quantité et qu'il faut savoir faire la conversion entre les deux. Il faut que les élèves maitrisent l'art de convertir et de simplifier les fractions et d'utiliser de multiples stratégies pour faire des comparaisons.

Demandez aux élèves de continuer d'utiliser les méthodes conceptuelles pour comparer des fractions et des nombres décimaux, comme les problèmes contextuels et les modèles. Les élèves ont tendance à considérer que les fractions sont des ensembles ou des « zones » alors qu'ils considèrent les nombres décimaux comme ressemblant davantage aux nombres entiers. L'un des buts importants de l'enseignement des nombres décimaux et des fractions est d'aider les élèves à voir que les deux systèmes peuvent servir à représenter les mêmes concepts. C'est pour cela qu'il est important d'utiliser divers modèles et points de repère. Il ne faut pas utiliser exclusivement l'argent pour les nombres décimaux, car ce modèle a des limites importantes. (Il ne s'applique généralement que jusqu'aux centièmes.)

Il faudrait que les élèves acquièrent diverses stratégies de comparaison des fractions. Il faut proposer aux élèves des activités de comparaison de fractions ayant le même dénominateur, le même numérateur et des dénominateurs dissemblables. Si les deux fractions ont le même dénominateur, alors c'est la fraction qui a un numérateur supérieur qui est supérieure (par exemple, $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$). Si les dénominateurs sont différents, alors les élèves écriront les fractions équivalentes avec le même dénominateur et feront ensuite la comparaison entre les numérateurs. Si les deux fractions ont le même numérateur, alors c'est la fraction qui a un dénominateur inférieur qui est supérieure (par exemple, $\frac{2}{7} > \frac{2}{9}$).

Lorsque les élèves comprennent bien la valeur de position, cela leur permet de faire des comparaisons et d'ordonner les nombres décimaux avec des stratégies semblables à celles utilisées pour les nombres entiers. Une fois que les élèves se font une bonne idée de la place des fractions de référence (0, $\frac{1}{2}$, 1, $1\frac{1}{2}$, 2) et connaissent leurs équivalents décimaux (0, 0,5, 1, 1,5, 2), ils sont en mesure de les utiliser de façon interchangeable pour avoir une stratégie efficace pour comparer et ordonner les fractions et les nombres décimaux.

Les élèves peuvent convertir les fractions supérieures à 1, comme $\frac{10}{8}$ ou $\frac{7}{5}$, en nombres fractionnaires s'ils le souhaitent. On peut utiliser l'addition répétée comme stratégie pour écrire les nombres fractionnaires. Quand on sait ce qui fait un, on peut réécrire $\frac{10}{8}$ sous la forme $\frac{8}{8} + \frac{2}{8}$.

Demandez aux élèves d'appliquer leurs connaissances préalables sur les fractions équivalentes pour trouver une fraction se situant entre deux fractions données dans une séquence ordonnée. Certains élèves auront du mal à trouver un nombre entre deux nombres donnés, en particulier quand les nombres donnés sont des fractions ayant le même dénominateur et de valeur proche (par exemple,

$\frac{3}{10} > ? > \frac{4}{10}$). On peut réécrire ces deux fractions sous la forme $\frac{6}{20}$ et $\frac{8}{20}$. Il est alors plus facile pour les élèves de voir que $\frac{7}{20}$ est une réponse possible. Si l'on réécrit ces fractions sous la forme $\frac{12}{40}$ et $\frac{16}{40}$, alors les élèves verront qu'il y a plusieurs options.

Lors du travail sur les nombres décimaux, les élèves peuvent utiliser la valeur de position pour faire des comparaisons. Avec des nombres comme 0,3 et 0,4, ils peuvent utiliser les centièmes au lieu des dixièmes (par exemple, 38 centièmes se situe entre 3 dixièmes et 4 dixièmes). Les élèves peuvent utiliser des stratégies semblables apprises lors du positionnement des fractions sur une droite numérique pour trouver une fraction entre deux nombres décimaux (par exemple, 0,4 > $\frac{?}{8}$ > 0,7), un nombre décimal entre deux fractions ou un nombre entre un nombre décimal et une fraction.

Les élèves peuvent utiliser ces mêmes stratégies (nombres décimaux ou équivalents fractionnaires, repères, valeur de position) pour trouver un nombre placé au mauvais endroit dans une séquence donnée ou sur une droite numérique donnée. Les nombres décimaux sont tout simplement une autre façon d'écrire les fractions. Les deux notations sont utiles. Pour atteindre la plus grande souplesse, il faut comprendre les liens entre les deux représentations symboliques (Van de Walle et Lovin, 2006b, p. 107).

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut utiliser des tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Demandez aux élèves d'expliquer en quoi les chiffres en gras dans les deux nombres suivants sont identiques et en quoi ils sont différents.

  0,00**6**0   0,000**6**

- Demandez aux élèves d'écrire des nombres décimaux en utilisant le langage de la valeur de position et la notation allongée pour mieux expliquer l'équivalence entre nombres décimaux. Exemple :

  0,4 signifie quatre dixièmes
  0,40 signifie quatre dixièmes et zéro centième
  0,400 signifie quatre dixièmes, zéro centièmes et zéro millièmes

- Écrivez et représentez un nombre fractionnaire, ???, qui est supérieur à $\frac{3}{3}$, inférieur à $\frac{6}{3}$ et a pour dénominateur 3.
- Fournissez aux élèves plusieurs nombres fractionnaires et fractions impropres.
  Par exemple, $2\frac{1}{3}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{5}{3}$, $2\frac{3}{4}$, $1\frac{4}{5}$.
  Demandez aux élèves de positionner les nombres sur une droite numérique ouverte pour illustrer leur ordre de grandeur relatif.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Fais une estimation de la valeur pour que chacune des expressions suivantes soit vraie :

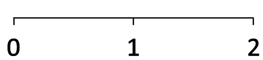
  $0{,}4 < \frac{?}{8} < 0{,}7$

  $\frac{3}{10} < 0{,}? < \frac{4}{10}$

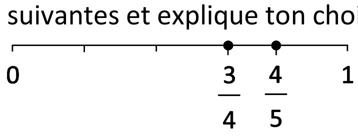
- Pose-toi des questions comme les suivantes :
  - Quelle est le nombre le plus élevé : $\frac{3}{10}$ ou $\frac{3}{8}$? Quel est le nombre le plus élevé : $\frac{3}{8}$ ou $\frac{7}{10}$? Quel est le nombre le moins élevé : $\frac{4}{5}$ ou $\frac{3}{4}$?
  - Explique chaque sélection.
  - Explique comment tu comparerais des fractions en utilisant ta compréhension des points de repère.
- Situe les nombres suivants sur une droite numérique sur laquelle on a indiqué quelques points de repère :

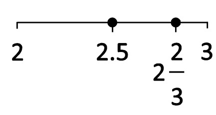
  $\frac{3}{7}$, $1\frac{1}{3}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{13}{12}$, $1\frac{4}{9}$, 0,45, 0,93
- Situe les nombres 2,3, 2,4, 2,32, 2,36 et 2,327 sur une droite numérique.
- Trie les nombres 0,96, 0,9, 0,9, 0,96 et 0,09 du plus grand au plus petit.
- Écris chacun des nombres suivants à proximité de l'endroit où il se trouve sur la droite numérique fournie. Il convient d'expliquer les stratégies utilisées pour déterminer la position approximative de chaque point sur la droite numérique

  $\frac{3}{7}$, $1\frac{1}{3}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{13}{12}$, $1\frac{4}{9}$, 0,45, 0,93

- Suzie et Polly ont toutes deux travaillé très fort et presque terminé leur devoir de mathématiques. Suzie a achevé $\frac{5}{6}$ du projet et Polly a acheté 0,8 du projet. Laquelle est la plus proche de l'achèvement du projet? Qu'est-ce qui te permet de le dire?
- Choisis trois valeurs qui ne sont pas des nombres entiers et explique comment les écrire dans l'ordre à l'aide de points de repère.
- Trouve un nombre qui se situerait entre les deux points indiqués sur les droites numériques suivantes et explique ton choix.

- Indique le ou les nombres qui ne sont pas au bon endroit dans les séries de nombres suivantes. Prends bien en note tes réponses et justifie-les.
  - $0{,}75,\ 0{,}\overline{7},\ \frac{8}{9},\ \frac{3}{5},\ \frac{10}{11}$
  - $\frac{4}{5},\ 0{,}\overline{81},\ \frac{9}{10},\ \frac{13}{15},\ 1{,}\overline{1}$

Planification de l'enseignement

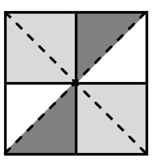
CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

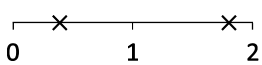
- Dire aux élèves de commencer par construire des modèles et des dessins (p. ex., grille des centièmes et droites numériques) pour comparer des nombres décimaux avant de passer à la comparaison de ces modèles et dessins à d'autres stratégies.
- Encourager les élèves à comparer des fractions supérieures à 1 en les considérant comme des nombres fractionnaires. Par exemple, quel est le nombre le plus élevé : $\frac{10}{8}$ ou $\frac{7}{5}$? Réponse possible : « Je sais que $\frac{7}{5}$ est plus élevé parce que $\frac{10}{8}$, c'est $1\frac{2}{8}$ et $\frac{7}{5}$, c'est $1\frac{2}{5}$. Comme je sais que $\frac{2}{5}$ est supérieur à $\frac{2}{8}$, je sais que $1\frac{2}{5}$ est supérieur à $1\frac{2}{8}$. »
- Dire aux élèves de choisir la fraction ou le nombre décimal le plus élevé dans une paire donnée. Leur dire de justifier leur choix. Ils doivent ensuite prouver que leur réponse est correcte en utilisant un modèle de leur choix.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Crée des éléments (en papier) pour un patchwork collectif dans lequel les couleurs des éléments montrent une comparaison particulière. On peut, par exemple, utiliser l'élément suivant pour montrer que $\frac{2}{4} > \frac{2}{8}$.



- Trie une série de fractions unitaires de la plus petite à la plus grande. Tu devrais être en mesure de justifier leur ordre.
- Fais l'estimation de la fraction (ou du nombre décimal) qui représente le mieux chaque *x*.



- Donnez aux élèves cinq nombres décimaux ayant des équivalents qui sont des fractions faciles. Gardez les nombres entre deux nombres entiers consécutifs. Par exemple : 2,5, 2,125, 2,4, 2,75, 3,66. Donnez-leur une droite numérique englobant les mêmes nombres entiers et utilisez des subdivisions qui ne sont que des quatrièmes, que des tiers ou que des cinquièmes, mais sans annotation. Situez chaque nombre décimal sur la droite numérique et fournissez l'équivalent de chacun sous forme de fraction (Van de Walle et Lovin, 2006b, p. 115).
- Situez des nombres décimaux positifs et des fractions positives sur des droites numériques, par exemple 2,3, 2,4, 2,32, 2,36, 2,327.
- Créez une droite numérique formée d'êtres humains. Chaque élève se voit attribuer une fiche avec une fraction ou un nombre décimal. Dites aux élèves de se mettre dans l'ordre le long d'une ligne, en se positionnant en fonction de la taille relative de leur nombre. Demandez aux élèves pourquoi ils ont choisi leur position. (Autre version : Utilisez une corde à sauter ou une corde à linge comme droite numérique. Les élèves accrochent leur nombre à la ligne à l'endroit approprié.)

- Créez une série de cartes avec diverses fractions et divers nombres décimaux. Chaque élève reçoit cinq cartes et doit les disposer dans l'ordre dans lequel il les a reçues. Les élèves échangent tour à tour une de leurs cartes contre une nouvelle carte du paquet. Ils positionnent la nouvelle carte à l'endroit qui facilite le plus la mise en ordre des cartes. L'objectif est d'être le premier à avoir ses cartes dans l'ordre. Il faudrait que le paquet ait assez de cartes pour que le jeu se déroule sans anicroche : pour des groupes de 3, il faudrait au moins 30 cartes par groupe; pour des groupes de 4, au moins 40 cartes par groupe.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- blocs de base 10
- jetons
- réglettes Cuisenaire
- barres fractionnaires
- pièces fractionnaires
- grilles des centièmes
- droites numériques
- blocs-formes
- table des valeurs de positionLangage mathématique

ENSEIGNANT	ÉLÈVE
▪ ascendant	▪ ascendant
▪ dénominateurs	▪ dénominateurs
▪ dénominateurs dissemblables	▪ dénominateurs dissemblables
▪ fractions équivalentes	▪ fractions équivalentes
▪ fractions impropres	▪ fractions impropres
▪ fractions propres	▪ fractions propres
▪ horizontal	▪ horizontal
▪ nombre décimal fini	▪ nombre décimal fini
▪ nombre décimal périodique	▪ nombre décimal périodique
▪ nombres fractionnaires	▪ nombres fractionnaires
▪ numérateurs	▪ numérateurs
▪ séquence	▪ séquence
▪ vérifier	▪ vérifier
▪ vertical	▪ vertical

Ressources

Imprimé

Making Math Meaningful to Canadian Students K–8, 2e édition (Small, 2013), p. 249–277
Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5-8, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006b), p. 107–130
Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Module 3 – Les fractions, les nombres décimaux et les pourcentages (no NSSBB : 2001640)
  - Section 3.2 – Comparer et ordonner des fractions et des nombres décimaux
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (no NSSBB : 2001641)
  - fiches d'évaluation

- exercices supplémentaires
- tests du module

- *ProGuide* (DVD) (n^{o} NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Internet

- « Equivalent Fractions », *Illuminations: Ressources for Teachers* (National Council of Teachers of Mathematics, 2015) : http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3510

Les régularités et les relations (RR)

RAG : On s’attend à ce que les élèves utilisent des régularités pour décrire le monde et pour résoudre des problèmes.

Stratégies d’évaluation

L’évaluation au service de l’apprentissage est quelque chose peut et devrait se faire au quotidien dans le cadre de l’enseignement. L’évaluation de l’apprentissage est également quelque chose qui devrait se produire fréquemment. Il convient d’utiliser tout un éventail d’approches et de contextes pour évaluer l’ensemble des élèves : collectivement en tant que classe, en groupes et individuellement.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles sont les méthodes et activités les plus appropriées pour évaluer l’apprentissage des élèves?
- Que devrai-je faire pour assurer la concordance entre mes stratégies d’évaluation et mes stratégies d’enseignement?

Suivi sur l’évaluation

Il convient de définir l’enseignement en fonction des données rassemblées sur l’apprentissage à partir de la participation et des travaux des élèves.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l’évaluation?
- Quelle a été l’efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l’enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?
- Donnez des exemples d’observations qu’on peut faire en temps voulu à l’intention des élèves.

Planification de l’enseignement

Pour avoir un bon programme de mathématiques, il est nécessaire de planifier l’enseignement afin qu’il se déroule de façon cohérente.

Planification à long terme

- Plan annuel fait intervenir ce résultat d’apprentissage
- Plan du module fait intervenir ce résultat d’apprentissage

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Est-ce que la leçon concorde avec mon plan pour l’année ou le module?
- Comment incorporer les processus indiqués pour ce résultat d’apprentissage dans l’enseignement?
- Quelles activités et expériences d’apprentissage devrais-je proposer pour favoriser la réalisation des résultats d’apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu’ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources didactiques devrais-je utiliser?
- Comment devrais-je m’y prendre pour répondre aux besoins des élèves dans toute leur diversité?

RAS RR01 : On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les régularités présentées à l'oral et à l'écrit et les relations linéaires équivalentes. [C, L, R]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

RR01.01 Formuler une relation linéaire pour représenter la relation qui se dégage d'une régularité décrite oralement ou par écrit.
RR01.02 Fournir un contexte dans lequel une relation linéaire donnée est la représentation d'une régularité.
RR01.03 Représenter une régularité observée dans l'environnement en utilisant une relation linéaire.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 6	**Mathématiques 7**	**Mathématiques 8**
RR01 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les relations qui existent dans des tables de valeurs pour résoudre des problèmes. **RR02** On s'attend à ce que les élèves sachent représenter et décrire des régularités et des relations à l'aide de graphiques et de tableaux.	**RR01** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les régularités présentées à l'oral et à l'écrit et les relations linéaires équivalentes.	**RR01** On s'attend à ce que les élèves fassent la représentation graphique et l'analyse de relations linéaires à deux variables

Contexte

Les mathématiques sont souvent décrites comme étant la science des régularités, car les régularités sont quelque chose qu'on retrouve partout dans les concepts mathématiques et aussi dans les contextes de la vie quotidienne. On retrouve des régularités dans les organismes vivants végétaux et animaux, ainsi que dans le monde physique. On les retrouve dans les arts, la musique, les structures, le mouvement, le temps et l'espace. Notre système de nombres trouve racine dans les régularités et la compréhension des régularités est la base même de concepts dans tous les domaines d'études des mathématiques. Lorsqu'un individu est confronté à un problème apparemment insurmontable, s'il arrive à mettre en évidence une régularité et son lien avec la représentation symbolique du problème, alors il sera capable de résoudre le problème.

Voici quelques-unes des caractéristiques des régularités. La catégorie des régularités comprend les régularités répétitives et les régularités croissantes et décroissantes. Les régularités répétitives ont une « base », qui est la partie qui se répète. Les régularités croissantes et décroissantes se manifestent de toutes sortes de contextes, notamment des situations arithmétiques et géométriques. Les régularités arithmétiques, par exemple 11, 8, 5, 2, etc., sont des régularités produites par l'addition ou la soustraction du même nombre à chaque fois. Les régularités géométriques, comme 2, 6, 18, 54, etc., sont des régularités produites par la multiplication ou la division par le même nombre à chaque fois.

Les régularités représentées sous forme concrète ou imagée peuvent également être écrites sous forme de régularités numériques, les nombres représentant la quantité à chaque étape de la régularité. En mathématiques de 5e année, les élèves ont utilisé des régularités pour généraliser des relations. Le changement de la valeur du terme à chaque étape définit la **relation récursive** de la régularité. Cette relation explique ce qu’on fait au nombre pour déterminer le nombre suivant dans la régularité. L’expression qui explique ce qu’on fait au numéro du terme pour obtenir la valeur correspondante du terme décrit la **relation fonctionnelle** de la régularité et s’appelle aussi la « règle » de la régularité. Les élèves continuent d’explorer ces relations en mathématiques de 6e année à l’aide de tableaux et de graphiques. Il existe différentes manières de représenter les régularités. On voit la relation récursive et la relation fonctionnelle dans les différentes représentations de la régularité. Il est parfois difficile de déterminer l’expression qui représente la relation fonctionnelle et il faut savoir faire preuve de persévérance pour arriver à déterminer la valeur du terme à partir du numéro du terme. Chaque type de représentation offre une façon différente d’examiner les relations et d’y réfléchir. Encouragez les élèves à s’efforcer de mettre en évidence la relation fonctionnelle dans chaque type de représentation.

Pour développer la capacité qu’ont les élèves de penser sous forme symbolique, commencez par des relations assez évidentes et apprenez aux élèves à se poser des questions de plus en plus complexes sur les relations : « Qu’est-ce qui ne change pas? Qu’est-ce qui change? Quelle est l’ampleur du changement? Est-ce vrai pour tous les termes de la suite? Comment représenter cette idée? Que se passe-t-il si… ? »

Le processus qui suit pour la représentation des régularités va de l’aspect concret à l’aspect symbolique en passant par l’aspect imagé. Il est important de guider les élèves pour qu’ils suivent le même processus.

Représentation concrète ou imagée : Le contexte de la régularité existe dans la régularité physique elle-même et peut être représenté sous forme concrète ou imagée. Les élèves peuvent examiner les termes physiques pour déterminer ce qui reste inchangé et ce qui change d’un terme à l’autre. On peut souvent, en jouant sur les couleurs ou l’arrangement, aider les élèves à voir ce qui est constant et ce qui change dans la régularité.

Exemple :

Représentation imagée d’une régularité	★★ ★	★★ ★★ ★	★★ ★★ ★★ ★	★★ ★★ ★★ ★★ ★		

Dans cet exemple, on a deux étoiles alignées au sommet de chaque terme. On peut prolonger cette régularité en ajoutant deux étoiles à chaque fois. Il convient de demander aux élèves de décrire la régularité telle qu’ils la voient et d’exprimer ce qu’ils pensent à voix haute dans la classe. Incluez des descriptions qui illustrent à la fois la pensée récursive et la pensée fonctionnelle. On peut présenter les représentations imagées dans une table de valeurs.

Tables de valeurs : Les tables de valeurs représentent les valeurs de la régularité sous forme numérique et peuvent également servir à noter les changements d’un terme à l’autre. Ces représentations, comme dans l’exemple suivant, facilitent les comparaisons numériques. On peut les orienter de façon horizontale ou verticale.

Exemple :

Numéro (n) du terme (position du terme dans la suite)	1	2	3	4	5	6
Valeur (v) du terme (nombre d'éléments dans le terme)	3	5	7	9		

Lire le tableau de gauche à droite et voir que la valeur de chaque terme augmente de 2, c'est un exemple de *pensée récursive*. Utiliser le numéro du terme et la valeur correspondante pour déterminer la règle de la régularité, c'est un exemple de *pensée fonctionnelle*. Posez les questions suivantes : « Que peut-on faire au numéro du terme pour obtenir la valeur du terme? Qu'est-ce qui change? Qu'est-ce qui ne change pas? » Dans la représentation imagée ci-dessus, l'étoile seule reste inchangée, tandis que le nombre de groupes de deux étoiles change. La règle de la régularité est qu'on multiplie le numéro de la régularité par 2 et qu'on ajoute 1. Demandez aux élèves ce que le 2 représente dans la régularité et ce que le 1 représente.

On peut exprimer la relation sous la forme de l'expression $2n + 1$ ou de l'équation $2n + 1 = v$, dans laquelle n = le numéro du terme et v = la valeur du terme.

Il convient de travailler sur ce résultat d'apprentissage parallèlement au résultat d'apprentissage PR02.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut utiliser des tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

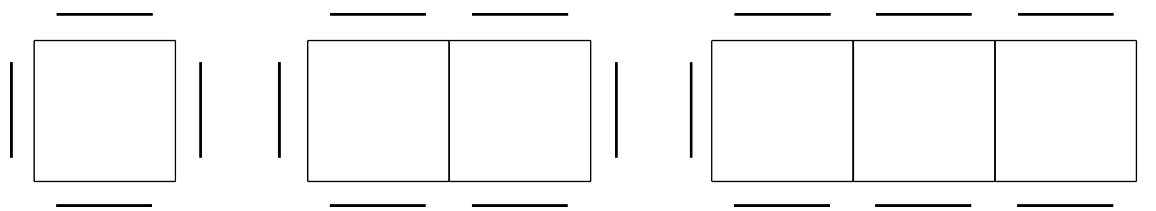
- Demandez aux élèves de remplir les cases manquantes dans un tableau donné et d'expliquer leur raisonnement.

Numéro du terme	1	2	3	?
Valeur du terme	4	8	?	16

- Marie a fait 3 km à pied lundi. Chaque jour de la semaine, elle a fait 2 km à pied de plus que le jour précédent. Demandez aux élèves de dresser une table de valeurs pour ces données, de décrire la régularité et de tracer une représentation graphique.
- Demandez aux élèves de se référer à la table de valeurs suivante pour répondre aux questions ci-dessous :

Nombre de tables	Nombre de chaises
1	4
2	6
3	8
4	10

5	12



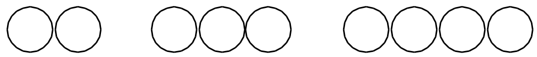
– Décris la règle de la régularité pour le nombre de chaises qu'il te faudrait pour les tables. Explique ton raisonnement.
– Utilise cette règle pour prédire le nombre de chaises pour 10 tables.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

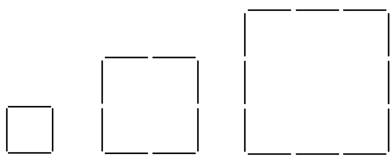
Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Décris une situation de la vie réelle qu'on peut représenter par $3p + 4$.
- Crée une régularité et représente-la de cinq façons.
- Pour les schémas suivants :
  – construis et prolonge la régularité avec des objets concrets
  – décris la règle de la régularité dans tes propres termes (par exemple : commencer par 2 et ajouter 1 à chaque fois)
  – décris comment déterminer la valeur d'un terme quelconque à l'aide de la règle de la régularité
  – utilise la régularité pour déterminer la valeur du 30e terme
  – crée un tableau
  – dessine une représentation graphique
  – rédige une équation décrivant la relation linéaire

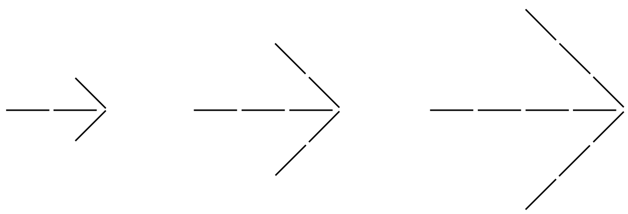
a) **(La règle de régularité est utilisée pour décrire le nombre de cercles dans chaque terme.)**



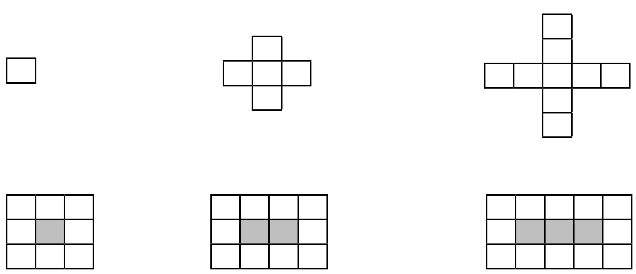
b) **(La règle de régularité est utilisée pour décrire le nombre de cure-dents dans chaque terme.)**



c) **(La règle de régularité est utilisée pour décrire le nombre de cure-dents dans chaque terme.)**

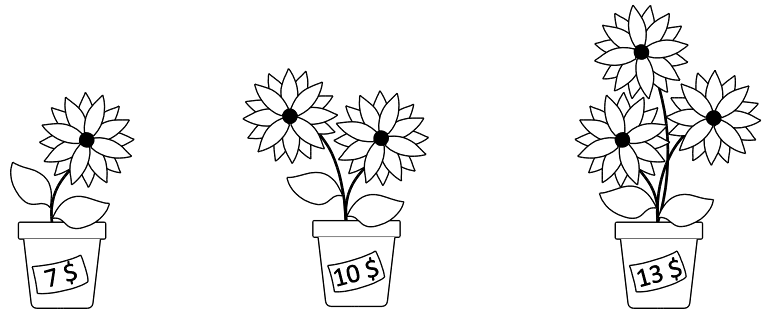


d) **(La règle de régularité est utilisée pour décrire le nombre de tuiles blanches dans chaque terme.)**



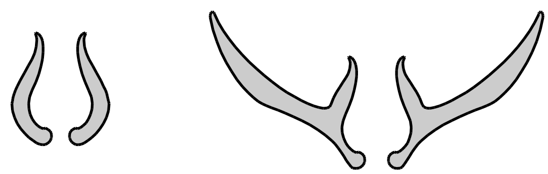
- Prolonge la régularité et remplis le tableau pour montrer la régularité. Décris la relation entre les variables, rédige une équation pour la relation linéaire et dessine une représentation graphique de la table de valeurs.

Coût des fleurs dans un vase

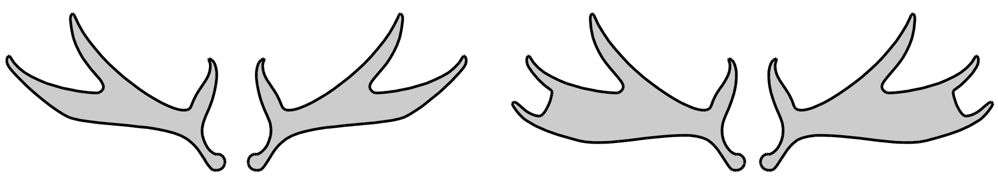


Nombre de fleurs (f)	1	2	3	4	5	6	7
Cout en dollars (c)							

Le nombre de pointes sur les bois d'orignaux



âgé de 1 an **âgé de 2 ans**



âgé de 3 ans **âgé de 4 ans**

Âge de l'orignal en ans (*a*)	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de points dans les bois (*t*)							

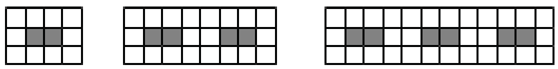
Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Demander aux élèves de décrire des régularités et des règles à l'oral et par écrit avant d'utiliser les symboles algébriques. Leur donner l'occasion de faire le lien entre des représentations concrètes et imagées et des représentations symboliques et aussi de faire le lien entre des représentations symboliques et des représentations concrètes et imagées.
- Fournir des exemples de régularités croissantes qui sont arithmétiques et géométriques.
- Encourager les élèves à dessiner des schémas et créer des tables de valeurs pour mieux visualiser la relation lorsqu'ils formulent une relation linéaire représentant une régularité à l'oral ou par écrit.
- Donner des exemples avant de demander aux élèves de fournir des contextes pour des relations linéaires. L'expression $10h + 2$, par exemple, peut représenter la somme d'argent que gagne une personne si elle travaille à 10 $ par heure et gagne une prime de 2 $.

- Les élèves peuvent explorer plusieurs régularités qui s’expriment à l’aide de relations linéaires, par exemple le motif noir et blanc du carrelage d’une cuisine (voir ci-dessous). Les élèves devraient arriver à créer une table de valeurs montrant le nombre de carreaux noirs et le nombre de carreaux blancs dans les cinq premières illustrations, de décrire la régularité et de rédiger une équation.



Nombre de carreaux noirs (*n*)	Nombre de carreaux blancs (*b*)
2	10
4	20
6	30
8	40
10	50

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L’APPRENTISSAGE

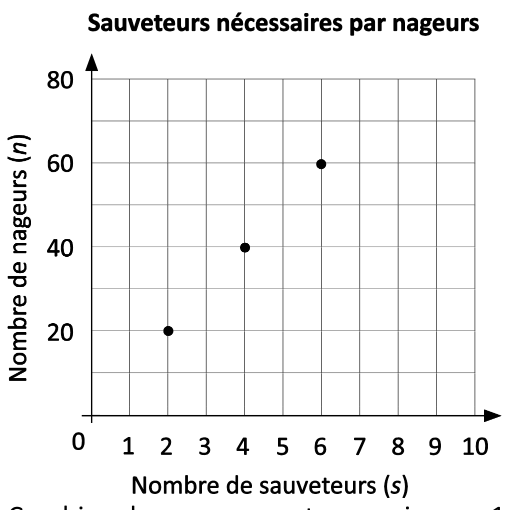
- Étudie les tableaux ci-dessous. Décris la relation entre les variables. Rédige une équation. Puis représente graphiquement la relation et décris le graphique.

Cout de la location d’un scooteur

Nombre d’heures (*n*)	1	2	3	4	5
Coût (*c*)	50	70	90	110	130

- Un taxi fait payer un forfait de 4 $, plus 1 $ par kilomètre de trajet. On peut représenter cela à l’aide de l’équation $c = k + 4$ (c = cout, k = nombre de kilomètres). Prépare une table de valeurs montrant le cout total pour les 5 premiers km. Tu peux créer une représentation graphique à partir de la table de valeurs et décrire la régularité. Combien couterait un trajet en taxi de 10 km?

- À partir du schéma suivant, demandez aux élèves de faire les tâches ci-dessous :



  – Combien de nageurs peut-on avoir pour 10 sauveteurs?

- Combien de sauveteurs faut-il pour 50 nageurs?
- Décris la régularité à l'aide d'une phrase complète.
- Rédige une équation pour le nombre *s* de sauveteurs qu'il faut pour *n* nageurs.

▪ Définis un contexte qu'on peut représenter à l'aide de la régularité numérique suivante : 89, 74, 62, 53, 47, …, …, …

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- carreaux de couleur
- cubes emboitables
- jetons
- cure-dents

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ croissant ▪ croitre ▪ décroissant ▪ décroitre ▪ données discrètes ▪ expression algébrique ▪ graphique linéaire ▪ numéro du terme ▪ prédire ▪ régularités arithmétiques ▪ régularités géométriques ▪ relation explicite ▪ relation linéaire ▪ relation récursive ▪ relation ▪ répétitif ▪ table de valeurs ▪ terme ▪ terme inconnu ▪ valeur du terme ▪ valeur	▪ croissant ▪ croitre ▪ décroissant ▪ décroitre ▪ données discrètes ▪ expression algébrique ▪ graphique linéaire ▪ numéro du terme ▪ prédire ▪ régularités arithmétiques ▪ régularités géométriques ▪ relation explicite ▪ relation linéaire ▪ relation récursive ▪ relation ▪ répétitif ▪ table de valeurs ▪ terme ▪ terme inconnu ▪ valeur du terme ▪ valeur

Ressources

Imprimé

Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Manuel de l'élève, module 1 – Les régularités et les relations (n° NSSBB : 2001640)
  - Section 1.3 – Les expressions algébriques
  - Section 1.4 – Les régularités et les relations

- Problème du module : *La collecte de fonds*

- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n^o^ NSSBB : 2001641)
  - fiches d’évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n^o^ NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l’élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

RAS RR02 : On s’attend à ce que les élèves créent une table de valeurs à partir d’une relation linéaire, fassent une représentation graphique de la table de valeurs et analysent le graphique pour en tirer des conclusions et résoudre des problèmes. [C, L, RP, R, V]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d’indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d’apprentissage spécifique correspondant.

RR02.01 Créer une table de valeurs à partir d’une relation linéaire donnée en substituant des valeurs à la variable.
RR02.02 Créer une table de valeurs en utilisant une relation linéaire et l’utiliser pour en tracer le graphique (se limitant à des éléments discrets).
RR02.03 Dessiner un graphique à partir d’une table de données produite pour une relation linéaire donnée et décrire les régularités découvertes en analysant ce graphique pour en tirer des conclusions (p. ex. : dessiner le graphique de la relation entre n et $2n + 3$).
RR02.04 Décrire, dans la langue de tous les jours, oralement ou par écrit, la relation représentée par un diagramme pour résoudre des problèmes.
RR02.05 Apparier un ensemble de relations linéaires donné à un ensemble de graphiques donné.
RR02.06 Apparier un ensemble de graphiques donné à un ensemble de relations linéaires donné.

Portée et ordre des résultats d’apprentissage

Mathématiques 6	**Mathématiques 7**	**Mathématiques 8**
RR01 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris les relations qui existent dans des tables de valeurs pour résoudre des problèmes. **RR02** On s’attend à ce que les élèves sachent représenter et décrire des régularités et des relations à l’aide de graphiques et de tableaux.	**RR02** On s’attend à ce que les élèves créent une table de valeurs à partir d’une relation linéaire, fassent une représentation graphique de la table de valeurs et analysent le graphique pour en tirer des conclusions et résoudre des problèmes.	**RR01** On s’attend à ce que les élèves fassent la représentation graphique et l’analyse de relations linéaires à deux variables

Contexte

Rappelez aux élèves que les régularités sont représentées sous de nombreuses formes équivalentes et qu’on peut traduire les choses d’une forme à l’autre. Chaque représentation différente présente la même régularité vue sous un angle différent. Plus les élèves verront de représentations, mieux ils comprendront la régularité. On peut utiliser la description verbale d’une régularité pour produire une représentation physique de la régularité, ainsi qu’une table de valeurs ou un graphique. Les abscisses et les ordonnées dans un graphique peuvent aussi être représentées sous forme verbale dans la description d’une régularité et être utilisées pour former une équation algébrique.

Il convient de commencer, pour les explorations des élèves, par des modèles, puis de passer à des descriptions à l'oral et par écrit. Lorsque cela est approprié, utilisez des articles à manipuler pour favoriser une meilleure compréhension du concept.

Le travail sur les régularités se poursuit dans le résultat d'apprentissage PR02. On demande aux élèves de préparer une table de valeurs à partir d'une relation linéaire et de faire la représentation graphique. Le mot « linéaire » risque de susciter de la confusion, mais devrait devenir plus clair une fois que les élèves produisent la représentation graphique de la table de valeurs et voient que les points forment une ligne. Il convient de faire ce résultat d'apprentissage parallèlement au résultat d'apprentissage PR01.

On peut décrire une régularité linéaire à l'aide d'une table de valeurs. Par exemple, la régularité numérique 3, 5, 7, 9, 11 … exprimée sous la forme d'une table de valeurs se présente comme suit :

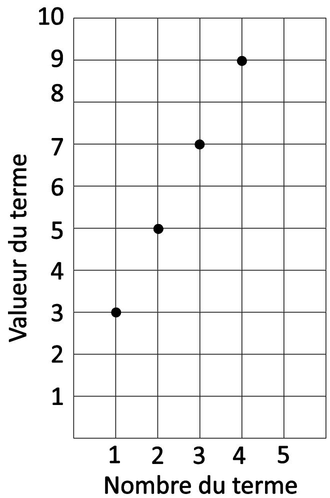
Numéro du terme (*n*)	1	2	3	4	5
Valeur du terme (*v*)	3	5	7	9	11

On utilise une variable comme *n* pour représenter une quantité inconnue. Il est important de noter que les élèves utilisent un symbole (emplacement vide représenté par un cercle, carré, triangle, etc.) pour représenter une valeur inconnue depuis les mathématiques de 4^{e} année et qu'on a formellement introduit les variables en mathématiques de 5^{e} année.

Les élèves utilisent des tableaux pour organiser les informations fournies par la régularité. Lors de l'utilisation de tableaux, il est important que les élèves prennent conscience du fait qu'ils sont à la recherche de la relation entre le numéro du terme (représenté par une variable) et la valeur du terme (représentée par une expression).

Les représentations graphiques fournissent une image de la relation dans la régularité. Elles indiquent clairement si les valeurs vont croissant ou vont décroissant, la cadence du changement et la valeur du changement. On peut décrire la relation entre formulant ces changements. Dans ce résultat d'apprentissage, les élèves travaillent avec des représentations graphiques. Ils créent la représentation graphique à partir du tableau des valeurs ou en analysant des représentations graphiques qui leur sont données. L'analyse de représentations graphiques comprend la création de récits décrivant la relation représentée par la représentation graphique et la création de représentations graphiques à partir d'un contexte faisant intervenir des changements dans des quantités apparentées. Lorsque les élèves décrivent une relation dans un graphique, il convient de leur faire utiliser le langage mathématique approprié.

Note : Dans l'équation précédente ($v = 2n + 1$), 2 est le coefficient et 1 est la constante.



En mathématiques de 7e année, les élèves travaillent avec des données discrètes. Dans l'équation ci-dessus, *n* et *v* font spécifiquement référence au numéro du terme et à la valeur du terme, qui sont tous deux des nombres naturels (1, 2, 3, 4, ...). Du coup, la représentation graphique de la relation consiste en des points et il ne faut pas tracer de ligne reliant ces points. Lors de l'évaluation du travail des élèves, n'oubliez pas qu'ils sont limités à des éléments discrets et des relations linéaires et n'incluez ni puissance ni exposant.

Il convient de donner aux élèves, quand cela est approprié, l'occasion de faire des interpolations (trouver un point entre deux points connus) et des extrapolations (trouver un point au-delà des données connues). On ne se concentre pas ici sur cette terminologie. Il faudrait que les élèves sachent décrire la régularité générale dans la représentation graphique (par exemple : « Ça monte vers la droite le long des points en ligne droite. »).

En guise de prolongement, les élèves peuvent explorer la question de savoir si une paire ordonnée constitue la solution d'une équation, en regardant le point pour voir s'il suit la régularité et en remplaçant les valeurs dans l'équation.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut utiliser des tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Demandez aux élèves de créer une représentation graphique illustrant la relation entre le nombre de tricycles et le nombre de roues. Il faudrait qu'ils représentent également ces données sous la forme d'une table de valeurs.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

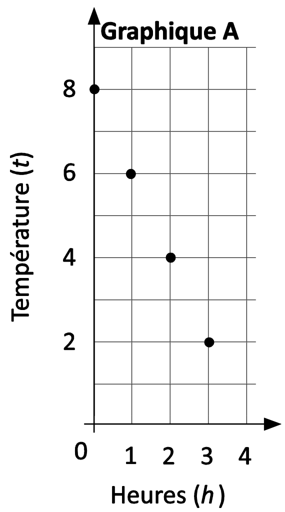
Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

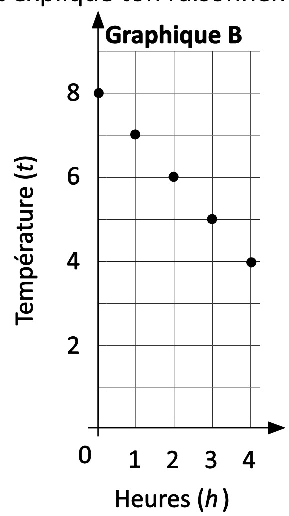
- Examine le tableau ci-dessous. Décris la relation entre les variables et rédige une relation linéaire. Puis fais une représentation graphique de la relation et décris la représentation graphique.

Chansons sur un lecteur MP3

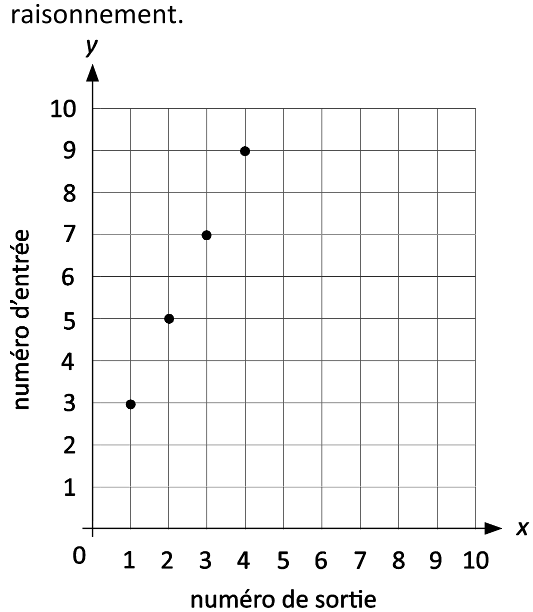
nombre de chansons pop (*p*)	1	2	3	4	5
nombre de chansons rock (*r*)	3	6	9	12	15

- Ce lundi, la température le matin était de 8 degrés. La température baisse de 2 degrés par heure. Faith dit que le graphique A illustre cette relation et qu'on peut la représenter à l'aide de l'équation $y = 8 - 2x$. Le jour suivant, la température le matin est de 8 degrés. La température baisse de 1 degré par heure. Faith dit que le graphique B illustre cette relation et qu'on peut la représenter à l'aide de l'équation $y = 8 - x$.
  - Détermine si Faith a raison et explique ton raisonnement.





- Détermine les relations qu'on peut faire correspondre à la représentation graphique. Explique ton raisonnement.



x représente le numéro d'entrée
y représente le numéro de sortie

$y = 2x + 1$

$y = x + 2$
La valeur y est égale au double de la valeur x augmentée de 1.
La valeur y est égale au double de la valeur x diminuée de 1.

- Décris une situation de la vie réelle qu'on peut représenter à l'aide de l'expression $3p + 4$.

Planification de l'enseignement

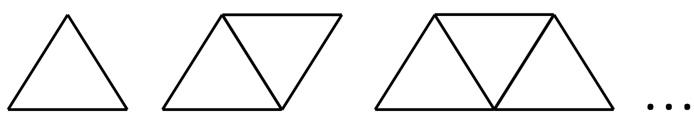
CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Encourager les élèves à dessiner des schémas et créer des tables de valeurs pour mieux visualiser les relations linéaires qui représentent des régularités exprimées à l'oral ou par écrit.
- Proposer des activités représentant la même régularité de multiples façons : modèle, schéma, table de valeurs, représentation graphique et expression.
- Utiliser dans la mesure du possible des contextes tirés de la vie réelle. Dire aux élèves de représenter la régularité en formulant une relation linéaire.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Prolonge la régularité jusqu'à sept triangles dans le schéma ci-dessous.



numéro du terme : (n)	1	2	3	4	5	6	7	…	10	…	20
nombre total de segments de droite (t)								…		…	

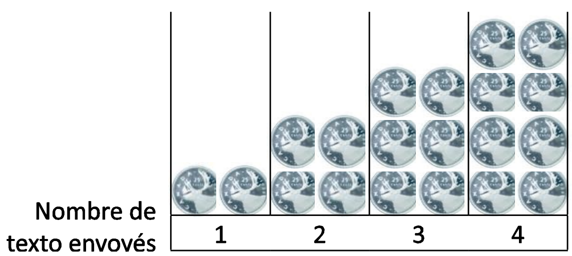
- Remplis le tableau pour montrer la croissance de la régularité.
- Décris par écrit la croissance de la régularité.
- Écris une équation montrant la relation entre le numéro du terme et le nombre de segments de droite.
- Dessine une représentation graphique représentant la relation.
- Relier les points a-t-il un sens? Explique la forme du graphique.
- Soit la régularité : 97, 94, 91, 87… Trouve les trois nombres suivants dans la régularité.
- Décris à l'aide de phrases complètes la croissance de la régularité. Rédige l'équation.
- Voici un tableau montrant la relation entre le nombre de passagers d'un autocar et le cout total du repas de midi servi à ces passagers :

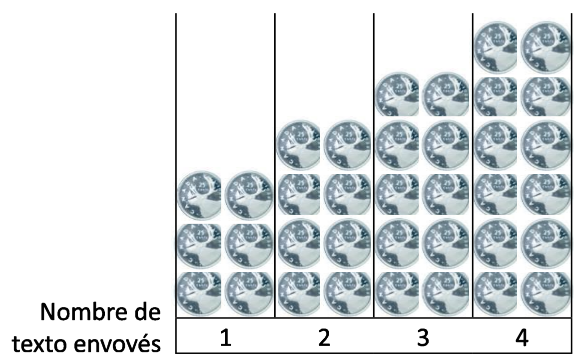
passagers (*p*)	1	2	3	4	5
cout du repas (*c*)	5	10	15	20	25

- Explique la relation entre le cout du repas et le nombre de passagers.
  - Rédige une équation pour trouver le cout du repas (*c*) pour le nombre de passagers (*p*).
  - Utilise l'équation pour trouver le cout du repas de midi s'il y a 25 passagers dans l'autocar.
  - Dessine une représentation graphique montrant la relation présentée dans la table de valeurs.
  - Combien de gens se trouvaient à bord de l'autocar sachant que l'organisateur a dépensé 200 $ pour le repas de midi?

- Donnez aux élèves une table de valeurs et un graphique et demandez-leur s'ils se correspondent. Dites-leur de justifier leur raisonnement.

- Pour les schémas suivants :
  - construis et prolonge la régularité à l'aide d'objets concrets
  - dessine une représentation de la régularité
  - décris la régularité dans tes propres termes
  - crée un tableau
  - produis un graphique
  - rédige une équation





SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- cubes emboitables
- carreaux de couleur
- cure-dents
- jetons

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ croissant ▪ croitre ▪ décroitre	▪ croissant ▪ croitre ▪ décroitre

▪ données discrètes ▪ expression algébrique ▪ graphique linéaire ▪ numéro du terme ▪ prédire ▪ régularité arithmétique ▪ régularité géométrique ▪ relation explicite ▪ relation linéaire ▪ relation récursive ▪ relation ▪ répétitif ▪ table de valeurs ▪ terme ▪ terme inconnu ▪ valeur du terme ▪ valeur ▪ variable	▪ données discrètes ▪ expression algébrique ▪ graphique linéaire ▪ numéro du terme ▪ prédire ▪ régularité arithmétique ▪ régularité géométrique ▪ relation linéaire ▪ relation ▪ répétitif ▪ table de valeurs ▪ terme ▪ terme inconnu ▪ valeur du terme ▪ valeur ▪ variable

Ressources/Notes

Imprimé

Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Manuel de l'élève, module 1 – Les régularités et les relations (n° NSSBB : 2001640)
  - Section 1.5 – Les régularités et les relations dans des tables de valeurs
  - Section 1.6 – La représentation graphique de relations
  - Problème du module : La collecte de fonds
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001641)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

RAS RR03 : On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la préservation de l'égalité en faisant les choses suivantes : • modéliser la préservation de l'égalité sous forme concrète, imagée et symbolique; • appliquer la préservation de l'égalité pour résoudre des équations. [C, L, RP, R, V]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

RR03.01 Modéliser la préservation de l'égalité pour chacune des quatre opérations mathématiques à l'aide de matériel de manipulation ou d'une représentation imagée, expliquer la marche à suivre à l'oral et la prendre en note sous forme symbolique.

RR03.02 Rédiger les formes équivalentes d'une équation donnée en appliquant la préservation de l'égalité et vérifier le résultat à l'aide de matériel concret [p. ex. : $3b = 12$ est équivalent à $3b + 5 = 12 + 5$ ou $2r = 7$ est équivalent à $3(2r) = 3(7)$].

RR03.03 Résoudre un problème donné en appliquant la préservation de l'égalité.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 6	Mathématiques 7	Mathématiques 8
RR04 On s'attend à ce que les élèves sachent démontrer et expliquer la signification de maintien de l'égalité, de façon concrète, imagée et symbolique	**RR03** : On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la préservation de l'égalité en faisant les choses suivantes : • modéliser la préservation de l'égalité sous forme concrète, imagée et symbolique; • appliquer la préservation de l'égalité pour résoudre des équations.	**RR02** On s'attend à ce que les élèves modélisent et résolvent des problèmes sous forme concrète, imagée et symbolique dans lesquels a, b et c sont des nombres entiers, avec des équations linéaires de la forme • $ax = b$ • $\frac{x}{a} = b,\ a \neq 0$ • $ax + b = c$ • $\frac{x}{a} + b = c,\ a \neq 0$ • $a(x + b) = c$

Contexte

Pour comprendre l'égalité, il faut d'abord que les élèves comprennent qu'il s'agit d'une relation et non d'une opération. « Il faudrait qu'ils finissent par considérer le signe d'égalité comme un symbole d'équivalence et d'équilibre » (NCTM, 2000, p. 39). Cependant, bon nombre d'élèves pensent que le signe d'égalité est un symbole qui leur dit de faire quelque chose ou de trouver la réponse. Ils ne comprennent pas qu'il s'agit d'un symbole d'équivalence et d'équilibre.

Par exemple, si les élèves voient $3 \times 4 = n \times 6$, certains risquent de penser qu'on leur demande de calculer 3×4, ce qui donnerait $n = 12$. Si n valait 12, l'égalité serait $3 \times 4 = 12 \times 6$, c'est-à-dire $12 = 72$, ce qui est faux. Le signe d'égalité sert à montrer que les expressions des deux côtés de l'égalité sont équivalentes et représentent la même valeur. Les élèves de 7e année n'ont pas trop de mal à déterminer le nombre manquant dans une égalité comme 7 + 2 = *n*, mais certains risquent d'avoir du mal à déterminer la valeur de *n* dans des équations comme 3 + 5 = 1 + *n* ou 2 x *n* = 3 + 3.

On présente le concept d'égalité aux élèves en 2e année et on travaille dessus lors des niveaux suivants. Pour faciliter la compréhension du concept mathématique d'égalité, les élèves commencent par apprendre à lire le signe d'égalité (=) comme signifiant « est la même chose que ». En mathématiques de 6e année, les élèves commencent à en apprendre davantage sur la préservation de l'égalité. Pour comprendre la préservation de l'égalité, il faut que les élèves se rendent compte que l'égalité est une relation et non une opération. L'égalité et l'inégalité expriment toutes deux des relations entre quantités. Lorsqu'il y a équilibre des quantités, il y a égalité. Le signe d'égalité est un symbole indiquant que la quantité à gauche du signe est la même que la quantité à droite du signe. Lorsqu'il y a déséquilibre, il y a inégalité. Le travail en mathématiques de 6e année a permis de renforcer chez les élèves l'idée d'équilibre et le fait que tout changement apporté d'un côté de l'équation doit être compensé par un changement équivalent de l'autre côté de l'équation pour maintenir l'équilibre. Le signe d'égalité sert à exprimer cet équilibre.

Lorsqu'on a une phrase composée de nombres, cela s'appelle une équation. Lorsque la phrase comprend une variable, cela s'appelle une équation algébrique. Les égalités entre quantités peuvent être considérées comme

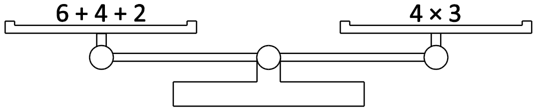
- des relations entre tout et tout (huit jetons rouges représentent la même quantité que huit jetons bleus, soit 8 = 8)
- des relations entre partie–partie et tout (3 + 5 = 8)
- des relations entre tout et partie–partie (8 = 3 + 5)
- des relations entre partie–partie et partie–partie (4 + 4 = 3 + 5)

Pour résoudre une équation, il faut que l'équilibre de l'équation soit maintenu de façon à ce que les expressions des deux côtés du signe d'égalité continuent de représenter la même quantité. Par exemple, si on ajoute une quantité d'un côté de l'équation, alors, pour maintenir l'égalité, il faut ajouter la même quantité de l'autre côté. Si 2*x* = 10, alors il est également vrai que 2*x* + 3 = 10 + 3. C'est là une application du concept de préservation de l'égalité.

Il faut préserver l'égalité de la même manière pour les autres opérations. Par exemple, si 2*x* = 10, alors il est également vrai que 4(2*x*) = 4(10).

Les modèles les plus utiles pour montrer la préservation de l'égalité sont le modèle de la balance et le modèle des carreaux algébriques. Il faut que les élèves fassent des activités avec des modèles concrets et des représentations imagées avant de passer au niveau symbolique. Assurez-vous que vous faites clairement le lien entre ces différentes représentations.

Les élèves peuvent utiliser la méthode de la balance à deux plateaux pour résoudre des équations, en se livrant à un processus d'essais et d'inspection.



Il convient de présenter les activités d'apprentissage de façon à ce que les élèves aient d'amples occasions de travailler sur divers articles concrets pour résoudre des équations linéaires avec préservation de l'égalité, pour expliquer le processus à l'oral, pour le représenter sous forme imagée et pour le prendre en note sous forme symbolique. Les compétences que les élèves acquièrent dans la résolution d'équations linéaires avec préservation de l'égalité et l'expérience qu'ils accumulent dans la représentation de régularités et de situations contextuelles sous forme de relations et d'équations linéaires leur donneront de bonnes bases pour les cours de mathématiques par la suite.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut utiliser des tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Demandez aux élèves de rédiger une équation pour représenter les situations suivantes :
  - Bonnie a 4 ans de plus que Mohammed. Mohammed a 12 ans. Rédige et représente à l'aide d'un modèle une équation correspondant au problème. Rédige une équation équivalente pour représenter le problème qui préserve l'égalité.
  - Il y a 12 prunes dans un saladier. Il y avait 32 prunes au départ. Certaines ont été mangées. Combien de prunes manquent dans le saladier? Rédige et représente à l'aide d'un modèle une équation correspondant au problème. Rédige une équation équivalente pour représenter le problème qui préserve l'égalité.

- Demandez aux élèves de déterminer si les paires d'équations suivantes préservent l'égalité et d'expliquer pourquoi.

  $4t = 8$ et $4t + 2 = 10$

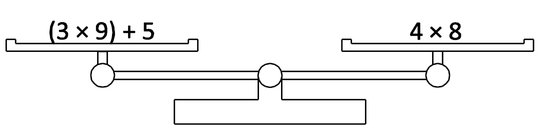
  $8k = 40$ et $2k = 10$

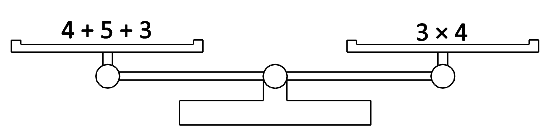
  $9 = 3s$ et $18 = 9s$

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

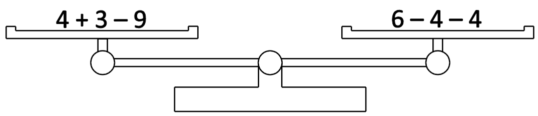
- Détermine si les balances ci-dessous resteront à l'équilibre et explique ton raisonnement.





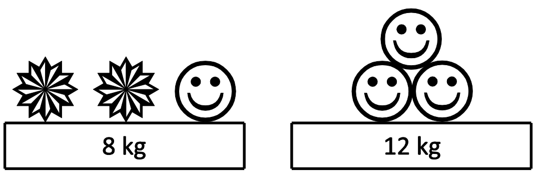
- Rédige deux équations équivalentes à $2p + 4 = 6$. Utilise ensuite un modèle avec balance pour représenter tes équations et prouver l'équivalence.

- Dans le schéma suivant :



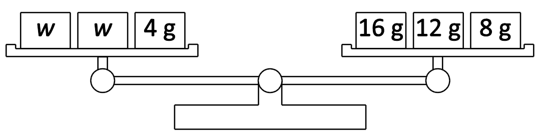
  – Les plateaux sont-ils en équilibre? Qu’est-ce qui te permet de le dire?
  – Qu’arriverait-il si tu ajoutais 5 du côté droit de la balance?
  – Comment rétablir l’équilibre pour préserver l’égalité?

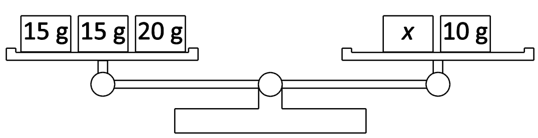
- Quelle est la masse de chaque forme? Qu’est-ce qui te permet de le dire?



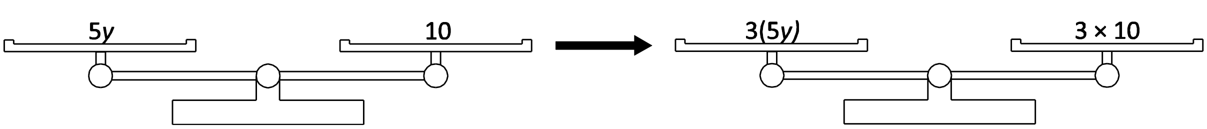
- Détermine si les paires d’équations suivantes sont équivalentes et explique ton raisonnement.
  $3c = 15$ et $3c + 6 = 15 + 6$
  $4n = 9$ et $2(4n) = 2(9)$
  $10 = 5a$ et $10 \div 2 = 5a \div 2$

- Rédige deux équations équivalentes à $3n = 5$ et vérifie à l’aide d’un modèle.
- Trouve les valeurs de la masse inconnue dans chaque balance et dessine les étapes utilisées.





- Fournis des illustrations de balances à plateaux montrant des expressions équivalentes. Dessine et prends en note l’équation illustrée, puis dessine et prends en note les résultats en additionnant la même quantité des deux côtés, en soustrayant la même quantité des deux côtés, en multipliant par le même facteur des deux côtés et en divisant par le même diviseur des deux cotés.



Planification de l’enseignement

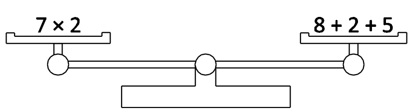
CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

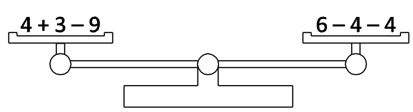
Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

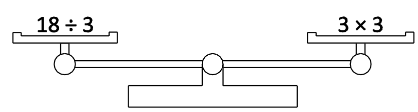
- Développer la compréhension de l’égalité en utilisant d’abord des équations puis en explorant ce qui arrive quand on change quelque chose d’un côté de l’équation et ce qu’il faut faire pour compenser ce changement afin de préserver l’égalité.
- Dire aux élèves d’utiliser des balances pour illustrer une égalité, puis de faire le lien entre la représentation concrète, la représentation imagée et la représentation symbolique
- Utiliser la représentation imagée de carreaux algébriques sur des balances pour résoudre des équations dont la solution est un entier relatif.
- Dire aux élèves de résoudre des problèmes en rédigeant l’équation appropriée, en illustrant la solution concrètement ou sous forme imagée avec des balances et en prenant en note la solution sous forme symbolique.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L’APPRENTISSAGE

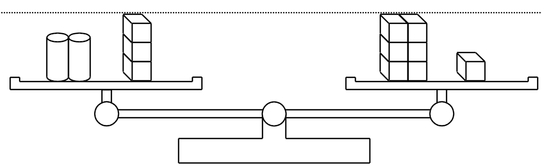
- Dans les schémas de balances ci-dessous, les balances sont-elles à l’équilibre? Explique ce qui te permet de le dire. Si les plateaux ne sont pas en équilibre, que faudrait-il que tu fasses pour rétablir l’équilibre?







- Rédige l’équation qui représente le modèle de balance ci-dessous. (Les plateaux sont à l’équilibre et tous les éléments sont positifs.) Ensuite, résous l’équation sous forme imagée et sous forme symbolique.



- Rédige deux équations équivalant à $3n + 1 = 7$.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D’ARTICLES À MANIPULER

- carreaux algébriques
- balances
- blocs de base 10
- carreaux de couleur
- solides géométriques
- cubes emboitables
- balance numérique
- objets représentant des variables
- articles à manipuler virtuels*

* Également disponibles dans *Interactive Math Tools* (Pearson, s.d.)

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ déséquilibre ▪ égalité ▪ équilibre ▪ équivalence ▪ inégalité ▪ préservation ▪ préservation de l'égalité ▪ relation ▪ variables	▪ déséquilibre ▪ égalité ▪ équilibre ▪ équivalence ▪ inégalité ▪ préservation ▪ préservation de l'égalité ▪ relation ▪ variables

Ressources

Imprimé

Making Mathematics Meaningful to Canadian Students, K–8 (Small, 2009), p. 587–588
Making Mathematics Meaningful to Canadian Students, K–8, 2e édition (Small, 2013), p. 626–628
Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006b), p. 279–281
Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Manuel de l'élève, module 6 – Les équations (no NSSBB : 2001640)
  - Section 6.2 – Résoudre des équations à l'aide de modèles
  - Section 6.3 – Résoudre des équations qui comportent des nombres entiers
  - Section 6.4 – Résoudre des équations à l'aide de l'algèbre
  - Section 6.5 – Résoudre des équations à l'aide de différentes méthodes
  - Problème du module : Choisir un forfait d'un club de musique numérique
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (no NSSBB : 2001641)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (no NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Internet

- *National Library of Virtual Manipulatives* (Utah State University, 2015) : http://nlvm.usu.edu/en/nav/vlibrary.html
- *Illuminations : Ressources for Teaching Math* (National Council of Teachers of Mathematics, 2015) : http://illuminations.nctm.org

RAS RR04 : On s'attend à ce que les élèves expliquent la différence entre une expression et une équation. [C, L]			
[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CM]** Calcul mental et estimations

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

RR04.01 Trouver et fournir un exemple de terme constant, de coefficient numérique et de variable dans une expression et dans une équation.
RR04.02 Expliquer ce qu'est une variable et l'usage dont on en fait dans une expression donnée.
RR04.03 Fournir un exemple d'expression et un exemple d'équation et expliquer leurs points communs et leurs différences.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 6	**Mathématiques 7**	**Mathématiques 8**
RR03 On s'attend à ce que les élèves sachent représenter des généralisations provenant de relations numériques à l'aide d'équations ayant des lettres pour variables. **RR04** On s'attend à ce que les élèves sachent démontrer et expliquer la signification de maintien de l'égalité, de façon concrète, imagée et symbolique.	**RR04** : On s'attend à ce que les élèves expliquent la différence entre une expression et une équation.	-

Contexte

Les élèves ont d'abord appris le terme *équation* en mathématiques de 1re année, quand on leur a présenté des phrases numériques. On leur a appris le terme *expression* en mathématiques de 2e année et les termes *coefficient* et *constante* en mathématiques de 5e année.

L'expérience antérieure des élèves en représentation de régularités, d'égalités et d'inégalités devrait les aider à comprendre la différence entre expressions et équations.

- Les expressions sont des énoncés mathématiques composés de nombres ou de variables.
- Les équations sont des énoncés indiquant que deux quantités ou expressions sont de valeurs égales ou équivalentes.
- La grande différence entre une équation et une expression est qu'une équation exprime une égalité à l'aide du signe d'égalité.
- Exemples d'expressions : $3 + 4$ et $3 + y$
- Exemples d'équations : $3 + 4 = 7$ et $3 + y = 7$

Les variables peuvent avoir différentes utilisations. Les élèves penseront peut-être que la variable représente une valeur inconnue spécifique, comme dans l'équation $2n + 12 = 34$. Mais dans une expression, comme $3n – 1$, et dans une équation, comme $y = 2x + 1$, la variable peut avoir plus d'une valeur et donc varier. Il est important que les élèves comprennent cette distinction. Demandez aussi aux élèves d'utiliser les variables pour faire des généralisations, par exemple trouver le *n*ième terme d'une régularité ou déterminer une formule. Dans ce cas, la variable est utilisée pour la généralisation d'une régularité et peut avoir plus d'une valeur. Il est également important que les élèves comprennent que les équations comme $x + 6 = 10$ peuvent aussi s'écrire $10 = x + 6$ sans que l'égalité ou l'équilibre en soit affecté. Il faut proposer aux élèves des activités où ils voient la variable des deux côtés de l'égalité.

Les coefficients numériques sont des quantités (généralement des constantes numériques) par lesquelles on multiplie une variable dans une expression ou une équation; par exemple, dans l'équation algébrique $2p = 10$, le coefficient numérique est 2. Il faudrait que les élèves travaillent avec des expressions où le coefficient numérique est 1, ainsi qu'avec des expressions où le coefficient numérique est une fraction. Les élèves ont parfois du mal à déterminer que le coefficient numérique est 1 dans des expressions comme $x + 5$. Dans l'équation $\frac{1}{2}$ k = 6, *k* est la variable, 6 est la constante et $\frac{1}{2}$ est le coefficient numérique. Il peut être utile pour certains élèves de réécrire une équation comme $\frac{k}{2} + 6 = 10$ sous la forme $\frac{1k}{2} + 6 = 10$, afin qu'ils voient clairement que le coefficient est $\frac{1}{2}$.

Il est important que les élèves comprennent les conventions mathématiques et utilisent régulièrement des minuscules pour représenter les variables. Il convient de faire le résultat d'apprentissage PR04 parallèlement au résultat d'apprentissage PR05.

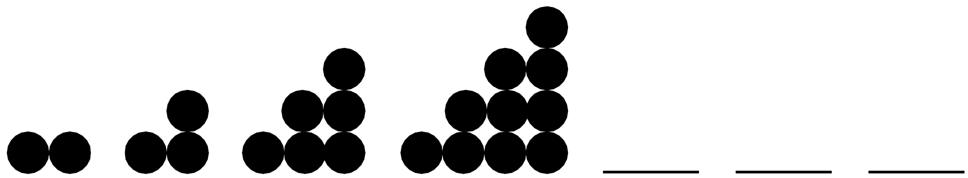
Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut utiliser des tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Fournissez aux élèves plusieurs équations, comme $25 + 13 = n + 25$, et demandez-leur de déterminer la valeur de la variable pour que l'énoncé soit vrai. Observez les élèves pour voir s'ils se trompent dans l'interprétation du signe d'égalité ou de la commutativité en répondant 38. Incluez les quatre opérations dans les équations fournies.
- Demandez aux élèves d'utiliser une balance pour illustrer à l'aide d'un modèle des équations à une seule variable et à une seule étape, comme les suivantes :
  $13 + n = 20$ $49 = 7p$ $8t = 40$ $m \div 5 = 7$
- Invitez les élèves à rédiger et à expliquer la formule pour trouver le périmètre d'un polygone régulier quelconque (triangle équilatéral, carré, pentagone régulier, hexagone régulier, etc.) à l'aide de variables.
- Fournissez aux élèves des images ou des modèles des trois premières étapes d'une régularité croissante. Invitez-les à prolonger la régularité sur plusieurs étapes supplémentaires, à noter la régularité dans une table et à chercher à mettre en évidence la relation. Demandez-leur de rédiger la relation sous la forme d'une expression et d'utiliser l'expression pour prédire la valeur à chaque étape.

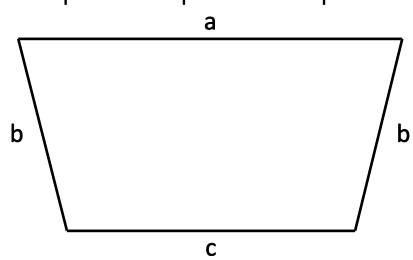


nombre du terme	valeur du terme
1	2
2	3
3	6
4	10

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Rédige une expression pour représenter le périmètre de la figure suivante. Est-ce que tu considères que ton expression se présente sous la forme la plus simple possible?



- Remplis les tableaux suivants.

Expression algébrique	Expression en mots	Variable	Coefficient numérique	Constante
$3b - 1$	un de moins que trois fois un nombre	b	3	–1
$x + 3$				
$\frac{n}{2} + 4$				
$5 - 7y$				
$6 + n$				

Équation algébrique	Équation en mots	Variable	Coefficient numérique	Constante
$3b + 1 = 7$	un de plus que trois fois un nombre font sept	b	3	1 et 7
$16 = x + 7$				
$\frac{n}{25} + 3 = 7$				
$9 = 15 - 2y$				
$11 = 4 + n$				

- Rédige chaque énoncé sous la forme d'une expression :
  - un nombre qu'on augmente de 14
  - le quotient d'un nombre et de 4
  - la différence entre 35 et un nombre

  - 75 à quoi on enlève un nombre
  - le produit d'un nombre et de 7
  - un nombre qu'on diminue de 7
  - quatre fois un nombre
- Rédige chacun des énoncés ci-dessus pour qu'on puisse le représenter à l'aide d'une équation.
- Rédige une expression algébrique avec la variable *h*, le coefficient numérique 4 et la constante 11.
- Lesquels des énoncés suivants sont des expressions? Lesquels sont des équations? En quoi se ressemblent-elles? En quoi sont-elles différentes?

  $2 - x$
  $20 = 5v$
  $\frac{h}{3} = 4$
  $w + 7$
  $10 = b + 5$
  $7 + a = 9(2)$

- Rédige l'expression algébrique qui représenterait la situation :
  - Chris a travaillé pendant un certain nombre d'heures hier et 8 heures de plus aujourd'hui.
  - Loretta a gagné 10,50 $ pour chaque heure de travail qu'elle a effectuée
  - Noël a 20 $ dans sa poche. Il gagne 11 $ pour chaque heure de travail qu'il effectue.

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Encourager les élèves à décrire les régularités et les règles à l'oral et par écrit avant d'utiliser des symboles algébriques.
- Donner aux élèves l'occasion de relier les représentations concrètes et imagées à des représentations symboliques et aussi de relier les représentations symboliques à des représentations concrètes et imagées.
- Demander aux élèves de fournir des exemples d'équations algébriques et des exemples d'expressions algébriques. Leur demander ce qu'il y a dans les expressions qui les rend algébriques. Leur demander d'expliquer ce qui fait que les exemples qu'ils ont créés sont des équations ou des expressions. Leur demander si l'on peut représenter une expression algébrique ou une équation algébrique à l'aide d'une balance. Leur demander d'expliquer ou de faire la démonstration.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Créez une série d'expressions et d'équations algébriques sur des cartes. Créez une série correspondante de cartes avec les formes « verbales » des expressions et des équations. Distribuez les cartes au hasard aux élèves. Invitez les élèves à trouver la personne dont la fiche correspond à la leur (par exemple, la carte « $6k + 3$ » recherche la carte « six fois un nombre plus trois »). On peut aussi utiliser les cartes pour un jeu de concentration dans lequel on retourne deux cartes à la fois et le joueur détermine si elles se correspondent. Si elles ne se correspondent pas, on remet les cartes dans le tas et c'est au tour du joueur suivant.

- Donnez aux élèves quelques expressions ou équations sous forme algébrique, comme :

  $4p - 5 = b$ $\quad$ $4p - 5$

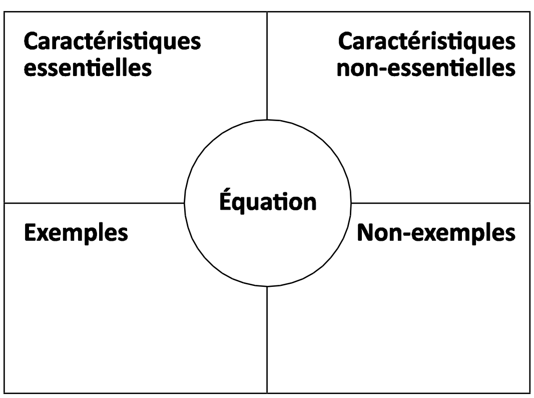
  $p + 5$ $\quad$ $4p - 5 = 55$

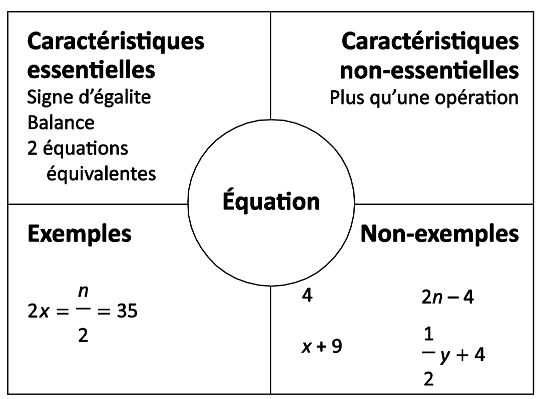
  - Décris les points communs et les différences entre ces énoncés. Lesquels sont des équations et lesquels sont des expressions? Explique pourquoi.
  - Crée un problème avec un récit contextuel pour chaque équation ou expression.
  - Créez en collaboration un tableau pour la classe comme celui ci-dessous.

Expression algébrique	Expression en mots	Variable	Coefficient numérique	Constante
$3b - 1$	un de moins que trois fois un nombre	b	3	–1

Équation algébrique	Équation en mots	Variable	Coefficient numérique	Constante
$3b + 1 = 7$	un de plus que trois fois un nombre font sept	b	3	1 et 7

- Demandez aux élèves de remplir des cartes conceptuelles selon le modèle de Mayer pour des expressions et des équations. Une fois que les élèves ont rempli les cartes, dites-leur d'échanger leurs idées avec d'autres et de modifier leurs cartes si nécessaire pour incorporer les nouvelles informations.





SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- balance
- balance virtuelle

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ coefficient numérique ▪ équation ▪ expression ▪ inconnue ▪ variable	▪ coefficient numérique ▪ équation ▪ expression ▪ inconnue ▪ variable

Ressources

Imprimé

Making Mathematics Meaningful to Canadian Students, K–8 (Small, 2008), p. 587–588
Making Mathematics Meaningful to Canadian Students, K–8, 2e édition (Small, 2013), p. 626–628
Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006b), p. 279–281
Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Module 1 – Les régularités et les relations (no NSSBB : 2001640)
  - Section 1. 3 – Les expressions algébriques
  - Section 1.7 – Lire et écrire des équations
  - Section 1.8 – Résoudre des équipes à l'aide de carreaux algébriques
  - Problème du module : La collecte de fonds
- Module 6 – Les équations (no NSSBB : 2001640)
  - Section 6.1 – Résoudre des équations
  - Problème du module : Choisir un forfait d'un club de musique numérique
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (no NSSBB : 2001641)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (no NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Internet

- *National Library of Virtual Manipulatives* (Utah State University, 2015) : http://nlvm.usu.edu/en/nav/vlibrary.html
- *Illuminations : Ressources for Teaching* Math (National Council of Teachers of Mathematics, 2015) : http://illuminations.nctm.org

RAS RR05 : On s'attend à ce que les élèves évaluent une expression quand on leur fournit la valeur de la ou des variables. [L, R]			
[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CM]** Calcul mental et estimations

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

RR05.01 Substituer une valeur à l'inconnue dans une expression donnée et évaluer cette expression.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 6	**Mathématiques 7**	**Mathématiques 8**
RR03 On s'attend à ce que les élèves sachent représenter des généralisations provenant de relations numériques à l'aide d'équations ayant des lettres pour variables. **RR04** On s'attend à ce que les élèves sachent démontrer et expliquer la signification de maintien de l'égalité, de façon concrète, imagée et symbolique.	**RR05** : On s'attend à ce que les élèves évaluent une expression quand on leur fournit la valeur de la ou des variables.	-

Contexte

On peut utiliser des symboles pour représenter une régularité. Les variables sont des symboles représentant des quantités inconnues. Les élèves connaissent déjà les variables dans les formules, par exemple *aire* = *base* x *hauteur* (A = bh). Les élèves pourront faire le lien entre les variables et des choses qui changent au fil du temps et qui font partie de leur expérience personnelle, par exemple leur taille.

Certaines lettres utilisées comme variables risquent de susciter de la confusion chez les élèves parce qu'elles ont plus d'un sens. Par exemple, ils risquent de confondre « x » avec le symbole de la multiplication ou « m » avec le symbole de l'unité mètre. Il est important de lire une expression comme « 3*m* », sans espace entre le « 3 » et le « *m* », en disant « un nombre multiplié par 3 » ou « 3 fois *m* ». Si vous l'écrivez « 3 m », avec un espace entre le « 3 » et le « m », alors ce « m » représente l'unité mètre et « 3 m » se lit « 3 mètres ». Lors de l'évaluation des expressions algébriques, assurez-vous que les élèves comprennent bien le sens de telles notations.

Il est également possible que les élèves s'emmêlent dans le placement des variables lorsqu'ils écrivent des expressions ou des équations; par exemple, si on a 6 carnets (*n*) pour chaque élève (*s*), ils risquent d'écrire $s = 6n$ au lieu de $n = 6s$. Le fait de lire ces équations comme des phrases aidera les élèves à déterminer celle qui représente bien le contexte évoqué.

Pour évaluer une expression algébrique, les élèves remplacent la variable par un nombre et font le calcul. L'utilisation de situations de la vie réelle ayant de la pertinence pour les élèves facilitera ce processus.

Attirez l'attention des élèves sur des expressions comme $4h + 8$, où l'on utilise la multiplication. Si $h = 5$, par exemple, les élèves font souvent l'erreur d'écrire 45 + 8 au lieu de 4(5) + 8 or $4 \cdot 5 + 8$.

Il faudrait que les élèves prennent aussi conscience du fait que la division se présente souvent sous la forme d'une fraction, par exemple $8 - \frac{m}{2}$ or $8 - m \div 2$.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut utiliser des tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Demandez aux élèves de déterminer la valeur de la variable pour que l'énoncé soit vrai :
  $18 + n = 31$ $81 = 9 \times t$ $8 \times w = 56$ $x \div 6 = 7$

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Détermine laquelle des expressions a la valeur la plus élevée si $p = 8$.
  $p + 7$
  $2p$
  $10 - p$
  $8 \div p$
  $3p - 12$
  $2 + 2p$

- Évalue ce qui suit :
  $2k + 5$ quand $k = 21$
  $5 + 4m$ quand $m = 4,2$
  $\frac{y}{4} + 22$ quand $y = 60$
  $-3 + 5q$ quand $q = 2$

- Explique la marche à suivre pour évaluer les expressions suivantes avec la valeur donnée pour la variable :
  $3\,p + 5$, pour $p = 1$
  $2\,m - 3$, pour $m = 6$

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Offrir aux élèves des occasions de faire le lien entre les représentations concrètes et imagées et les représentations symboliques, ainsi qu'entre les représentations symboliques et les représentations concrètes et imagées. Par exemple, présenter le concept d'expressions et d'équations algébriques en vous servant d'exemples de la vie réelle : si on paie un forfait de base de 20 $ par mois pour un téléphone portable et 0,90 $ pour chaque message texte, alors la facture mensuelle sera calculée à l'aide de l'expression $20 + 0{,}90h$.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Évalue les expressions suivantes sachant que $n = 5$ et $v = 2$.
  - $6n$
  - $3 + v$
  - $4(n + 2)$
  - $10v$
  - $n + 23$
  - $7v + 8$
  - 25/n
  - $35 – 2v$
  - $6n - \frac{12}{2}$
- Alisha est payée 9 $ de l'heure pour garder des enfants. Elle reçoit une prime de 5 $ par heure si elle doit travailler après 22 h. L'expression $9m + 5$ représente ce qu'Alisha a gagné hier soir. Que représente la variable dans cette expression? Quelle est la constante dans cette expression? Qu'est-ce qu'elle représente? Si elle a gardé des enfants de 17 h à minuit, combien a-t-elle gagné hier soir?

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- carreaux algébriques
- cubes emboitables

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ évaluer ▪ inconnue ▪ substitution ▪ variable	▪ évaluer ▪ inconnue ▪ substitution ▪ variable

Ressources

Imprimé

Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Module 1 – Les régularités et les relations (n° NSSBB : 2001640)
  - Section 1. 3 – Les expressions algébriques
  - Section 1.4 – Les régularités et les relations
  - Section 1.8 – Résoudre des équations à l'aide de carreaux algébriques
  - Problème du module : La collecte de fonds
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001641)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

RAS RR06 : On s'attend à ce que les élèves modélisent et résolvent, sous forme concrète, imagée et symbolique, des problèmes qu'on peut représenter sous la forme d'équations linéaires à une inconnue du type *x* + *a* = *b*, avec *a* et *b* qui sont des nombres entiers. [L, RP, R, V]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

RR06.01 Représenter un problème donné sous la forme d'une équation linéaire et le résoudre à l'aide de matériel concret.
RR06.02 Tracer une représentation visuelle des étapes requises pour résoudre une équation linéaire.
RR06.03 Résoudre un problème donné à l'aide d'équations linéaires et prendre en note la marche à suivre.
RR06.04 Vérifier la solution d'une équation linéaire donnée à l'aide de matériel concret et de diagrammes.
RR06.05 Substituer la solution possible pour la variable d'une équation linéaire donnée afin d'en vérifier l'égalité.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 6	Mathématiques 7	Mathématiques 8
RR03 On s'attend à ce que les élèves sachent représenter des généralisations provenant de relations numériques à l'aide d'équations ayant des lettres pour variables. **RR04** On s'attend à ce que les élèves sachent démontrer et expliquer la signification de maintien de l'égalité, de façon concrète, imagée et symbolique.	**RR06 :** On s'attend à ce que les élèves modélisent et résolvent, sous forme concrète, imagée et symbolique, des problèmes qu'on peut représenter sous la forme d'équations linéaires à une inconnue du type *x* + *a* = *b*, avec *a* et *b* qui sont des nombres entiers.	**RR02** On s'attend à ce que les élèves modélisent et résolvent des problèmes sous forme concrète, imagée et symbolique dans lesquels a, b et c sont des nombres entiers, avec des équations linéaires de la forme • ax = b • $\frac{x}{a} = b,\ a \neq 0$ • ax + b = c • $\frac{x}{a} + b = c,\ a \neq 0$ • a(x + b) = c

Contexte

Il existe de nombreuses méthodes pour résoudre une équation linéaire à une étape : inspection, essais systématiques (deviner et tester), utilisation de balances ou d'illustrations représentant des balances, création de modèles avec des carreaux algébriques et réécriture de l'équation pour montrer l'égalité. Il convient d'encourager les élèves à choisir la méthode la plus appropriée pour résoudre le problème donné. À ce niveau, il convient d'insister sur la résolution de problèmes de façon concrète, imagée et symbolique.

De façon concrète : Il faudrait que les élèves soient à l'aise quand il s'agit de représenter des nombres entiers et des opérations sur des nombres entiers à l'aide de carreaux algébriques et continuent de le faire quand ils illustrent à l'aide d'un modèle une équation avec addition ou soustraction. Le principe zéro est un aspect important de la préservation de l'égalité entre les expressions à gauche et à droite du signe d'égalité.

De façon imagée : Encouragez les élèves à se servir de modèles concrets quand ils résolvent des problèmes et à dessiner ensuite des figures représentant leurs modèles, pour passer du concret à l'imagé.

De façon symbolique : Il faudrait que les élèves comprennent que l'addition ou la soustraction de la même valeur des deux côtés d'une équation préservent l'équilibre de l'équation.

Il faudrait que les élèves fassent à l'avance une estimation afin de trouver une solution vraisemblable au problème et que, une fois qu'ils ont résolu l'équation pour trouver la solution, ils vérifient que la solution fonctionne en la substituant dans l'équation de départ.

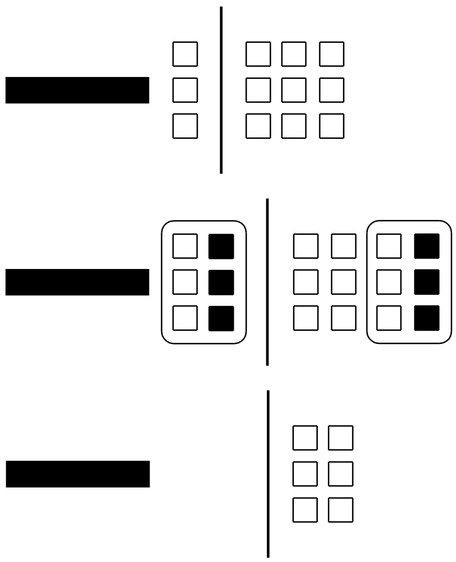
Il est possible que certains élèves parviennent immédiatement à la valeur de l'inconnue (de la variable), mais il est important d'explorer les diverses stratégies présentées dans ce module, car le travail sur les équations algébriques devra progressivement plus complexe dans les niveaux scolaires suivants.

Lors de la résolution d'équations avec des carreaux algébriques, il faut que les élèves choisissent la couleur qui représentera les nombres positifs et la couleur qui représentera les nombres négatifs, quelles que soient les couleurs disponibles. Tout au long du présent document, les carreaux en gris ou noir représentent des valeurs positives et les carreaux blancs représentent des valeurs négatives.

Les élèves ont utilisé des carreaux algébriques ou des articles à manipuler semblables pour résoudre des équations linéaires faisant intervenir des nombres entiers et ils prolongeront ce savoir pour y inclure tous les entiers relatifs. Les élèves devront s'inspirer du travail sur le résultat d'apprentissage N06 dans le module sur les entiers relatifs.

Ce résultat d'apprentissage, cependant, ne comprend pas les équations faisant intervenir la multiplication et la division.

Pour illustrer à l'aide d'un modèle une équation utilisant la soustraction, comme $x - 3 = -9$, les élèves tenteront d'isoler la variable. Pour isoler la variable, ils formeront des paires nulles en ajoutant 3 carreaux positifs de chaque côté. Une fois que les paires nulles seront enlevées, ils verront que les carreaux indiquent $x = -6$. Lors de l'illustration des équations à l'aide de modèles, les élèves prennent également en note le processus sous forme symbolique. Ceci aidera les élèves à gérer la transition du concret et de l'imagé à la représentation symbolique.



$x - 3 = -9$

$x - 3 + 3 = -9 + 3$

$x = -6$

Les élèves vérifieront ensuite la solution en remplaçant le carreau de la variable dans l'équation de départ par le nombre approprié de carreaux unitaires. Dans l'exemple ci-dessus, ils utiliseront 6 carreaux unitaires négatifs.

Évaluation, enseignement et apprentissage

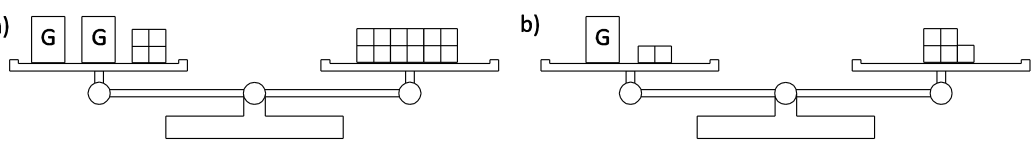
Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut utiliser des tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Demandez aux élèves de rédiger une équation représentant chaque modèle :

a) b)



☐ représente 1 unité

a) $2G + 4 = 10$ b) $G + 2 = 5$

- Demandez-leur d'expliquer ce que *G* représente dans chaque équation.
- Demandez aux élèves de déterminer si $2g + 3 = 7$ et $2g + 4 = 8$ sont des formes équivalentes d'équations. Demandez-leur d'expliquer leur raisonnement à l'aide de modèles.
- Invitez les élèves à modéliser et à écrire deux équations équivalentes à $4b = 12$. Demandez-leur d'expliquer ce qui leur permet de dire que les deux équations sont équivalentes.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Crée et résous une équation dans les contextes suivants :
  - J'ai 14 épinglettes de collection que j'ai obtenues lors d'évènements auxquels j'ai assisté au stade. Mon ami et moi, ensemble, nous avons 19 épinglettes. Combien d'épinglettes mon ami a-t-il?
  - Il y a 23 élèves dans notre classe. Sur ces 23 élèves, 9 font le trajet de la maison à l'école à pied ou en voiture et les autres le font en autobus. Combien d'élèves de la classe font le trajet en autobus?
- Indique les équations qui ont pour solution $x = –2$.

  $x + 3 = –5$
  $–5 = x – 3$
  $x – 7 = –5$
  $x + 3 = 1$
- Fais un croquis représentant la marche à suivre pour résoudre chaque équation et vérifie ensuite la solution.

  $4 = n – 3$
  $–2 = h + 1$
  $2 = y – 6$
  $w – 4 = 1$
- Explique la marche à suivre pour déterminer la valeur de b dans les équations suivantes :

  $b + 8 = – 13$
  $(–6) – b = 81$
  $154 + b = 340$
  Explique si chaque équation a une valeur unique pour b ou s'il y en a d'autres en plus de la valeur trouvée. Dites aux élèves de dessiner une représentation imagée de la marche à suivre pour trouver la valeur de b et de vérifier leur réponse en la substituant dans l'équation de départ.
- Quel est l'entier relatif qui fera de cette équation un énoncé vrai?

  $m + 2 = 12$
- Réécris l'équation pour qu'on n'ait plus « 2 » du côté gauche de l'équation et qu'on ait toujours l'égalité.
- Résous chaque équation à l'aide de carreaux algébriques et par inspection. Vérifie chaque solution par substitution.

  $c + 4 = 9$ $\qquad$ $n – 3 = 8$

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Utiliser la balance, qui est un modèle tout particulièrement utile, pour illustrer l'importance de l'addition et de la soustraction de valeurs semblables des deux côtés de l'équation pour préserver l'égalité. Le site Web de la *National Library of Virtual Manipulatives* a une activité pour explorer l'utilisation des balances (http://nlvm.usu.edu/en/nav/category_g_3_t_2.html).
- Demander aux élèves de quelles autres façons on peut écrire une équation donnée. Par exemple, demander comment réécrire l'équation $a + 9 = 14$ (ex. : $14 – 9 = a$). C'est grâce à la réécriture d'équations sous formes différentes que les élèves parviendront à saisir la résolution d'équations à l'aide de méthodes plus formelles.

- Dire aux élèves d'utiliser des carreaux algébriques pour représenter des équations comme b + (–4) = 6. Il faudrait que les élèves se servent des carreaux pour résoudre l'équation, puis dessinent un croquis représentant les carreaux utilisés. Cela les aidera à passer de la résolution de problèmes de façon concrète à la résolution de problèmes de façon imagée.
- Explorer en guise de prolongement la méthode du masquage. Le nom de la méthode fait référence à la façon typique de l'utiliser. Par exemple, si vous avez l'équation $p + (-5) = 25$, masquer le *p* et poser la question : « Qu'est-ce qui est ajouté à –5? »

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Utilise le calcul mental pour résoudre chacune des équations suivantes.

  12 = m – 4
  $n + 5 = 11$
  15 = x + 9
- Résous chaque équation en isolant la variable.

  g – 9 = 31
  p – 5 = 8
- Explique comment trouver la valeur de *x* dans les équations données.

  x + 8 = 13
  6 + x = 81
  $154 = x + 340$
  $x + 4 = 9$
  $x - 3 = 8$

- Placez plusieurs jetons dans une petite enveloppe. Écrivez sur l'enveloppe une variable, comme « *w* ». Écrivez une équation comme $w + 3 = 7$, dans laquelle *w* représente le nombre de jetons dans l'enveloppe. Demandez aux élèves de deviner le nombre de jetons dans l'enveloppe pour que l'équation soit vraie et de vérifier ensuite en ouvrant l'enveloppe.
- Dites aux élèves de se mettre par deux pour créer des équations de la forme $x + a = b$ (dans lesquelles *a* et *b* sont des entiers relatifs). Essayez les critères suivants :
  - *a* est négatif
  - *a* et *b* sont tous deux négatifs (ou tous deux positifs)
  - *a* est positif et *b* est négatif
- Écris une équation pour chaque problème et utilise ensuite des carreaux algébriques pour la résoudre et vérifier votre réponse.
  - La température est tombée de 5 °C pour passer à –2 °C. Quelle était la température de départ?
  - Frank a 9 ans. Il a 4 ans de plus que Joe. Quel âge a Joe?
  - Susan a emprunté des libres de la bibliothèque. Elle a rapporté ensuite 4 livres. Sachant qu'elle a encore 3 livres à la maison, combien de livres a-t-elle empruntés?
- Résous des équations en isolant la variable. Inclus une représentation imagée ou symbolique de la marche à suivre. Vérifie tes solutions. Prends en note toutes les étapes dans l'outil d'organisation graphique ci-dessous.

Diagramme imagé	Étapes symboliques
Solution : dans l'équation	Vérification

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- carreaux algébriques
- balance

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ équilibré ▪ essais systématiques ▪ inspection ▪ principe zéro ▪ résoudre ▪ vérifier	▪ équilibré ▪ essais systématiques ▪ inspection ▪ résoudre ▪ vérifier

Ressources

Imprimé

Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Module 1 – Les régularités et les relations (n° NSSBB : 2001640)
  - Section 1.8 – Résoudre des équations à l'aide de carreaux algébriques
  - Problème du module : La collecte de fonds
- Module 6 – Les équations (n° NSSBB : à déterminer)
  - Section 6.2 – Résoudre des équations à l'aide de modèles
  - Section 6.3 – Résoudre des équations qui comportent des nombres entiers
  - Section 6.4 – Résoudre des équations à l'aide de l'algèbre
  - Section 6.5 – Résoudre des équations à l'aide de différentes méthodes
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001641)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires

  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Internet

- « Algebra (Grades 6–8) », *National Library of Virtual Manipulatives* (Utah State University, 2015) : http://nlvm.usu.edu/en/nav/category_g_3_t_2.html

RAS RR07 : On s'attend à ce que les élèves modélisent et résolvent, sous forme concrète, imagée et symbolique, des problèmes qu'on peut représenter sous la forme d'équations linéaires à une inconnue des types suivants, avec *a*, *b* et *c* qui sont des nombres entiers : ▪ $ax + b = c$ ▪ $ax = b$ ▪ $\frac{x}{a} = b,\ a \neq 0$ [L, RP, R, V]
[C] Communication **[RP]** Résolution de problèmes **[L]** Liens **[CM]** Calcul mental et estimations **[T]** Technologie **[V]** Visualisation **[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

RR07.01 Modéliser un problème donné à l'aide d'une équation linéaire et résoudre l'équation à l'aide de matériel concret.
RR07.02 Dessiner une représentation visuelle des étapes utilisées pour résoudre une équation linéaire.
RR07.03 Résoudre un problème donné à l'aide d'équations linéaires et prendre en note la marche à suivre.
RR07.04 Vérifier la solution d'une équation linéaire à l'aide de matériel concret et de diagrammes.
RR07.05 Substituer la solution possible d'une équation à la variable dans l'équation linéaire originale pour en vérifier l'égalité.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 6	**Mathématiques 7**	**Mathématiques 8**
RR03 On s'attend à ce que les élèves sachent représenter des généralisations provenant de relations numériques à l'aide d'équations ayant des lettres pour variables. **RR04** On s'attend à ce que les élèves sachent démontrer et expliquer la signification de maintien de l'égalité, de façon concrète, imagée et symbolique.	**RR07 :** On s'attend à ce que les élèves modélisent et résolvent, sous forme concrète, imagée et symbolique, des problèmes qu'on peut représenter sous la forme d'équations linéaires à une inconnue des types suivants, avec *a*, *b* et *c* qui sont des nombres entiers : • $ax + b = c$ • $ax = b$ • $\frac{x}{a} = b,\ a \neq 0$	**RR02** On s'attend à ce que les élèves modélisent et résolvent des problèmes sous forme concrète, imagée et symbolique dans lesquels a, b et c sont des nombres entiers, avec des équations linéaires de la forme • $ax = b$ • $\frac{x}{a} = b,\ a \neq 0$ • $ax + b = c$ • $\frac{x}{a} + b = c,\ a \neq 0$ • $a(x + b) = c$

Contexte

Pour que les élèves résolvent des équations linéaires des formes $ax + b = c$; $ax = b$; $\frac{x}{a} = b$, $a \neq 0$, il faut qu'ils comprennent l'idée d'« équilibrer » les équations, qui est la base même de la préservation de l'égalité dans une équation (côté gauche = côté droit). Dans une équation de la forme $ax + b = c$, il faut que les élèves utilisent un processus à deux étapes pour trouver la variable, alors que, dans d’autres équations, on utilise un processus à une seule étape.

Dans ce résultat d’apprentissage, on n’utilise que des nombres entiers pour a, b et c. Dans le module sur les entiers relatifs, le travail se limitait aux opérations d’addition et de soustraction. Comme la multiplication et la division d’entiers relatifs ne seront introduites qu’en mathématiques de 8e année, on ne s’attend pas à ce que les élèves multiplient ou divisent des entiers relatifs lors de la résolution d’équations dans ce module. Par conséquent, lors du choix d’équations de la forme $ax + b = c$, assurez-vous que $b < c$. Dans l’équation $3x + 9 = 6$, même si les valeurs a, b et c sont des nombres entiers, si l’on soustrait 9 des deux côtés, cela donne $3x = –3$. Comme $3x$ est une multiplication, on ne s’attend pas à ce que les élèves soient capables de déterminer que $3(–1) = –3$ et donc que $x = –3$.

Il est possible que certains élèves parviennent immédiatement à la valeur de l’inconnue (de la variable), mais il est important d’explorer les diverses stratégies présentées dans ce module, car le travail sur les équations algébriques deviendra progressivement plus complexe dans les niveaux scolaires suivants.

Lors de l’utilisation de la méthode des essais systématiques, on s’attend à ce que que les élèves choisissent une valeur vraisemblable comme solution et fassent ensuite l’évaluation en respectant la priorité des opérations pour déterminer si la valeur choisie pour la variable préserve l’égalité des deux expressions. Si la valeur choisie ne marche pas, alors il faudrait que les élèves se demandent si elle est trop élevée ou trop faible et en choisissent une autre. Ils continuent ainsi jusqu'à ce qu’ils trouvent la valeur correcte. Tout d’abord, les élèves peut essayer la méthode « deviner et vérifier ». Ils observent alors des régularités dans leurs résultats et cela devrait leur permettre de devenir plus systématiques quand ils devinent. Pour résoudre $2n + 1 = 201$, les élèves peuvent procéder ainsi :

- 2 x 10 + 1 = 21 (Avec 10 au départ, le résultat n’est pas assez élevé.)
- 2 x 50 + 1 = 101 (Avec 50 au départ, le résultat n’est pas assez élevé.)
- 2 x 100 + 1 = 201 (Par conséquent, la valeur de départ 100 est correcte.)

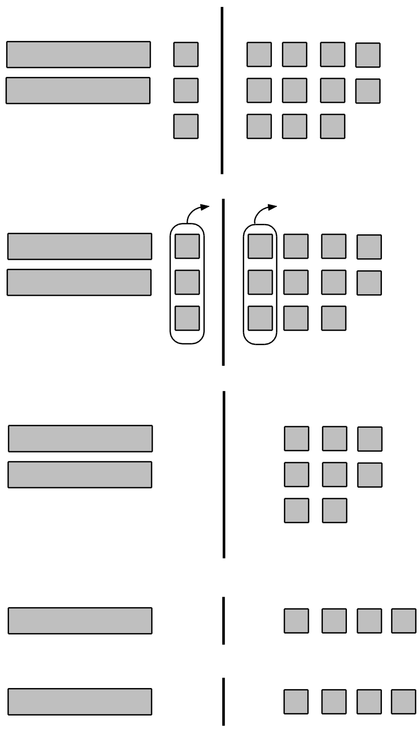
Il est utile pour les élèves d’explorer cette approche, en particulier quand ils vérifient la solution d’une équation.

L’inspection est différente de la méthode des essais systématiques. Il ne s’agit pas de deviner et de vérifier. Pour résoudre $3x + 7 = 19$, les élèves remplacent $3x$ par la valeur qu’il faut ajouter à 7 pour obtenir 19. Ils déterminent ensuite que la valeur, 12, est égale à 3(4). Par conséquent, $x = 4$. On peut considérer que cette méthode correspond à la méthode du masquage. Avec la même équation, masquez « 3*x* » et demandez aux élèves : « Qu’est-ce qui, ajouté à 7, donne 19? » Ensuite, couvrez le *x* et demandez : « Qu'est-ce qui, multiplié par 3, donne 12? »

L’utilisation de modèles concrets est essentielle pour développer la compréhension qu’ont les élèves de la résolution d’équations. Les élèves peuvent également dessiner des images représentant leurs modèles et expliquer l’utilisation qu’ils en ont faite pour résoudre l’équation. Ceci aidera les élèves à passer de la représentation concrète à la représentation imagée. Il est également important que les élèves vérifient les solutions des équations à l’aide de leurs modèles.

Les carreaux algébriques et les autres séries de jetons sont des articles à manipuler utiles pour illustrer les équations algébriques à l’aide de modèles. Il est important d’utiliser des carreaux ou jetons d’une seule couleur, parce qu’on utilise que des articles « positifs ». Pour le présent programme, les carreaux gris ou noirs représentent des valeurs positives et les carreaux blancs des valeurs négatives. On utilise le carreau rectangulaire pour représenter la variable, appelée couramment *x*. Les petits carreaux servent à représenter les unités. On peut utiliser une ligne verticale pour représenter le signe d'égalité. Lors du travail avec des carreaux algébriques, il est important d'être cohérent concernant ce que représente chaque article à manipuler.

Pour prendre en note les étapes sous forme symbolique ou imagée, les élèves peuvent utiliser soit la balance à deux plateaux soit les carreaux algébriques. Il faudrait que les élèves s'exercent à prendre en note les étapes sous forme symbolique pour des équations utilisant une seule opération avant de prendre en note les étapes sous forme symbolique pour des équations utilisant deux opérations, comme dans l'exemple ci-dessous pour $2n + 3 = 11$.



$2n + 3 = 11$

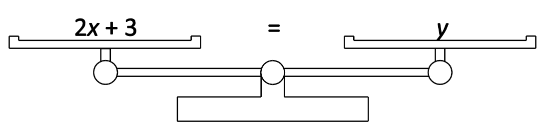
$2n + 3 - 3 = 11 - 3$

$2n = 8$

$$\frac{2n}{2} = \frac{8}{2}$$

$1n = 4$

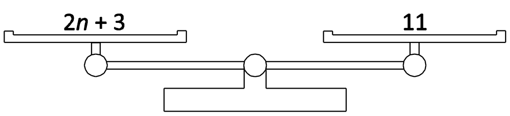
Le modèle de la balance se fonde sur le principe qu'une équation représente deux expressions égales séparées par un signe d'égalité. Le signe d'égalité est représenté par le pivot ou point d'équilibre de la balance et les expressions des deux côtés sont des masses placées sur les deux plateaux de la balance. Les expressions sont égales; elles représentent toutes deux la même valeur et peuvent symboliser les masses égales.



Avec la métaphore de la balance, changer la masse d'un côté de la balance fera pencher la balance. Faire un changement identique de l'autre côté rétablira l'équilibre.

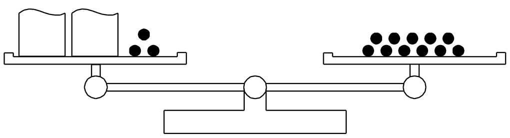
Dans le modèle concret, on utilise une balance avec des objets identiques (blocs, cubes, billes, etc.) pour représenter les nombres et des sacs en papier ou des tasses en polystyrène pour représenter les variables. On ajoute des objets désignés de façon égale dans les sacs ou tasses et on fait des changements identiques des deux côtés de la balance jusqu'à rétablir l'équilibre. On peut compter les objets dans le sac pour obtenir la valeur de la variable ou bien on peut manipuler les articles jusqu'à ce qu'un seul sac se retrouve isolé d'un côté de la balance. La quantité qu'il représente est isolée de l'autre côté et la balance est à l'équilibre.

Dans la représentation symbolique du modèle, l'équation est résolue en effectuant des opérations identiques des deux côtés du signe d'égalité, jusqu'à ce qu'il reste une variable d'un côté et une valeur de l'autre.

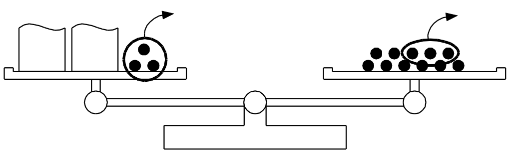


Représente $2n + 3 = 11$ comme une balance

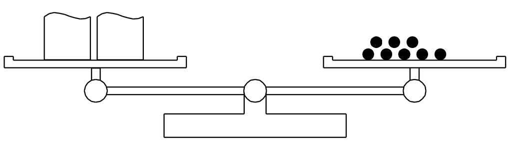
- **Représente un jeton**
- **Représente un sac contenant un nombre inconnu de jetons.**



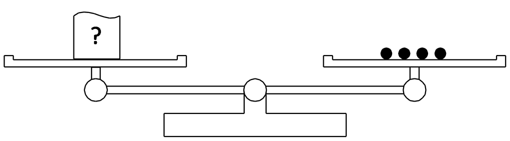
$2n + 3 = 11$
Représente concrètement (ou avec une image).



$2n + 3 = 11$
$\quad -3 \quad -3$
Retire 3 jetons afin de maintenir l'équilibre.

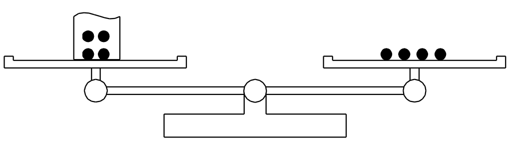


$2n = 8$
Simplifie.

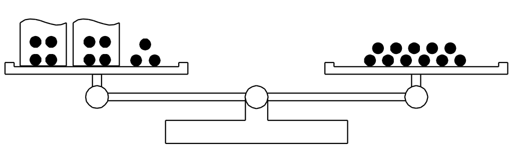


$$\frac{2n}{2} = \frac{8}{2}$$

Détermine le nombre de jetons qu'il y aurait dans chaque sac.



$n = 4$
Simplifie.



$2n + 3 = 11$ (?)
$8 + 3 = 11$ (?)
$11 = 11$ (✓)
Vérifie.

La résolution de problèmes est une compétence importante que nous voulons que les élèves comprennent et acquièrent. La résolution de formules et d'équations fait régulièrement partie de la résolution de problèmes et il est important que les élèves comprennent les situations dans lesquelles ils utiliseront, acquerront et appliqueront de telles connaissances.

L'utilisation de diagrammes et d'articles concrets pour montrer l'idée de résoudre en trouvant *x* est une progression naturelle censée mener les élèves à la compréhension de la marche à suivre pour isoler la variable. C'est après cette progression que les élèves sauront trouver *x* pour une équation linéaire et prendre en note le processus.

Il faudrait que les élèves fassent à l'avance une estimation d'une solution vraisemblable et comprennent que, une fois qu'ils ont la solution, ils peuvent la vérifier en la substituant dans l'équation de départ.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut utiliser des tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Demandez aux élèves de résoudre des équations à une variable et à une étape comme les suivantes :
  $18 + n = 31$ $81 = 9p$ $8k = 56$ $m \div 6 = 7$
- Demandez aux élèves de modéliser et d'écrire deux autres équations équivalentes à $4b = 12$. Demandez-leur d'expliquer ce qui leur permet de dire que les équations sont équivalentes.

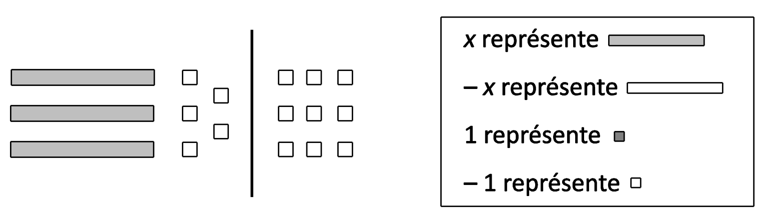
TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

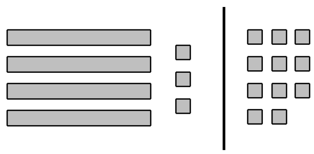
- Résous les équations suivantes à l'aide de carreaux algébriques et dessine des images représentant la marche à suivre :
  $\frac{x}{2} + 1 = 5$
  $2x = 16$
  $4x + 8 = 40$

  – Que remarques-tu dans les réponses à chacune des équations ci-dessus?
  – Analyse les trois équations et détermine pourquoi les équilibres ont ces solutions.

- Fournissez aux élèves un dessin représentant des carreaux algébriques comme ci-dessous et demandez-leur d'écrire l'équation représentée. Résolvez l'équation et dessinez et prenez en note la marche à suivre.



- On a donné à Susan l'équation 5*j* +7 = 22 et on lui a demandé de la résoudre pour trouver *j*. Elle a dit que *j* = 15 mais on lui a dit que sa réponse était fausse. Explique son erreur et indique comment tu corrigerais son raisonnement pour trouver la solution correcte *j*.
- Donnez aux élèves une équation écrite en mots. Par exemple, quatre de plus que deux fois un nombre font quinze.
  - Rédige l'équation à l'aide de symboles ($2v + 4 = 15$ ou $4 + 2v = 15$).
  - Utilise des carreaux pour résoudre l'équation.
  - Vérifie la solution par substitution.
- Le schéma avec des carreaux algébriques ci-dessous représente une équation. Indique les deux expressions qui composent l'équation et écris l'équation. Résous l'équation, en dessinant des images de la marche à suivre au fur et à mesure.



- Utilise des carreaux pour résoudre chaque équation et dessine des images représentant chaque étape.

  $7 + x = 10$
  $4x = 16$
- À partir de l'énoncé « trois de plus que deux fois un nombre font 19 », écris une équation qu'on peut résoudre pour trouver le nombre, utilise des carreaux pour la résoudre et vérifie la solution.
- Réponds aux questions ci-dessous à partir de la situation suivante : une école de hockey fait payer à une équipe 800 $ par jour plus 20 $ par joueur et par jour pour l'alimentation, l'équipement et les leçons. Une équipe a collecté 1040 $ pour une session d'une journée.
  - Écris une équation pour représenter cette situation.
  - Résous l'équation, d'abord avec des essais systématiques, puis par inspection, afin de trouver combien de joueurs il y a dans l'équipe. Quelle méthode préfères-tu? Pourquoi?
- Réponds aux questions suivantes :
  - Pour résoudre $4d + 24 = 36$, Sarah a choisi comme première valeur pour *d* la valeur 3 et Billy a choisi 6. Quel nombre était le meilleur choix? Explique comment tu es parvenu à ta décision.
  - On a demandé à Ryan de résoudre l'équation $5d + 7 = 22$ pour trouver *d*. À l'aide de l'inspection, il a trouvé que *d* = 15. On lui a dit que sa réponse était incorrecte. Explique l'erreur de Ryan et ce qu'il aurait dû faire pour résoudre l'équation correctement.

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Dire aux élèves d'utiliser du matériel pour modéliser et représenter sous forme graphique l'idée d'établir l'équilibre et de préserver l'égalité, avec des carreaux algébriques, des balances, etc., en progressant naturellement vers la formulation et la résolution de problèmes écrits et la substitution. Après cette progression, les élèves seront en mesure de trouver *x* dans une équation linéaire et de prendre en note le processus :

  $3x + 2 = 8$

$3x + 2 - 2 = 8 - 2$
$=\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$
$x = 2$

Dire aux élèves de se demander au préalable quelle serait une solution vraisemblable et de prendre conscience du fait que, une fois qu'ils ont une solution, ils peuvent vérifier si elle est exacte par substitution dans l'équation de départ.

Vérifier : $3x + 2 = 8$, quand $x = 2$
$3(2) + 2 = 8$
$6 + 2 = 8$
$8 = 8$

- Utiliser la méthode du masquage pour aider les élèves à comprendre le processus d'élimination par étapes. Par exemple, avec l'équation $4m + 4 = 20$, masquer « $4m$ » et poser la question : « Quel montant ajouté à 4 est égal à 16? » Rappeler que
  $4 \times 4 = 16$, donc $m = 4$.
- Dire aux élèves de vérifier la solution de l'équation selon la méthode ci-dessous.
  $4m + 4 = 20$
  $4(4) + 4 = 20$
  $14 = 4 = 20$
  $20 = 20$

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Utilisez une calculette pour trouver les touches à utiliser pour trouver la réponse à des questions comme
  $60 \div -b = 12$.
- Mettez les élèves par groupes de deux et distribuez des cartes ayant des équations à une ou deux étapes représentées sous forme imagée, symbolique et concrète. Dites aux élèves de trouver les cartes qui se correspondent. En guise de prolongement, dites aux élèves de créer leurs propres cartes.
- Fournissez une représentation imagée étape par étape de la résolution d'une équation donnée. Dites aux élèves de fournir la représentation symbolique de chaque étape. En guise de prolongement, vous pouvez fournir aux élèves toutes les étapes sauf la réponse et les élèves devront trouver le coefficient et le représenter sous forme symbolique et imagée.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- carreaux algébriques
- sacs
- balance
- jetons
- cubes emboitables
- tasses en polystyrène

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ deviner et vérifier ▪ égalité ▪ équation linéaire ▪ équilibre ▪ essais systématiques ▪ évaluer ▪ inspection (masquage) ▪ préserver l’égalité ▪ processus d’élimination à deux étapes ▪ processus d’élimination à une étape ▪ substitution ▪ valeur ▪ variable ▪ vérifier	▪ deviner et vérifier ▪ égalité ▪ équation linéaire ▪ équilibre ▪ essais systématiques ▪ évaluer ▪ inspection (masquage) ▪ préserver l’égalité ▪ processus d’élimination à deux étapes ▪ processus d’élimination à une étape ▪ substitution ▪ valeur ▪ variable ▪ vérifier

Ressources

Imprimé

Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Module 1 – Les régularités et les relations (nº NSSBB : 2001640)
  - Section 1.8 – Résoudre des équations à l’aide de carreaux algébriques
  - Problème du module : La collecte de fonds
- Module 6 – Les équations
  - Section 6.1 – Résoudre des équations
  - Section 6.2 – Résoudre des équations à l’aide de modèles
  - Section 6.4 – Résoudre des équations à l’aide de l’algèbre
  - Section 6.5 – Résoudre des équations à l’aide de différentes méthodes
  - Problème du module : Choisir un forfait d’un club de musique numérique
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (nº NSSBB : 2001641)
  - fiches d’évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (nº NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l’élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

La mesure (M)

RAG : On s’attend à ce que les élèves utilisent des mesures directes et indirectes pour résoudre des problèmes.

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage est quelque chose peut et devrait se faire au quotidien dans le cadre de l'enseignement. L'évaluation de l'apprentissage est également quelque chose qui devrait se produire fréquemment. Il convient d'utiliser tout un éventail d'approches et de contextes pour évaluer l'ensemble des élèves : collectivement en tant que classe, en groupes et individuellement.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles sont les méthodes et activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Que devrai-je faire pour assurer la concordance entre mes stratégies d'évaluation et mes stratégies d'enseignement?

Suivi sur l'évaluation

Il convient de définir l'enseignement en fonction des données rassemblées sur l'apprentissage à partir de la participation et des travaux des élèves.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?
- Donnez des exemples d'observations qu'on peut faire en temps voulu à l'intention des élèves.

Planification de l'enseignement

Pour avoir un bon programme de mathématiques, il est nécessaire de planifier l'enseignement afin qu'il se déroule de façon cohérente.

Planification à long terme

- Plan annuel disponible sur *Mathematics Learning Commons: Grades 7–9* à l'adresse : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Est-ce que la leçon concorde avec mon plan pour l'année ou le module?
- Comment incorporer les processus indiqués pour ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et expériences d'apprentissage devrais-je proposer pour favoriser la réalisation des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources didactiques devrais-je utiliser?
- Comment devrais-je m'y prendre pour répondre aux besoins des élèves dans toute leur diversité?

RAS M01 : On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les cercles en faisant les choses suivantes : • décrire les relations entre le rayon, le diamètre et la circonférence; • faire le lien entre la circonférence et π; • déterminer la somme des angles centraux; • construire des cercles quand on leur donne le rayon ou le diamètre; • résoudre des problèmes faisant intervenir les rayons, les diamètres et les circonférences de cercles. [C, L, RP, R, V]
[C] Communication **[RP]** Résolution de problèmes **[L]** Liens **[CM]** Calcul mental et estimations **[T]** Technologie **[V]** Visualisation **[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

M01.01 Illustrer et expliquer que le diamètre d'un cercle donné est égal au double de son rayon.
M01.02 Illustrer et expliquer que la circonférence d'un cercle donné est approximativement le triple de son diamètre.
M01.03 Expliquer que, pour tout cercle, π est le rapport de la circonférence au diamètre $\left(\frac{C}{d}\right)$, dont la valeur est approximativement égale à 3,14.
M01.04 Expliquer, à l'aide d'une illustration, que la somme des angles au centre de tout cercle est égale à 360°.
M01.05 Tracer un cercle dont le rayon ou le diamètre est donné, avec ou sans l'aide d'un compas.
M01.06 Résoudre un problème contextualisé donné faisant intervenir des cercles.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

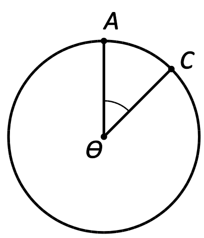
Mathématiques 6	**Mathématiques 7**	**Mathématiques 8**
M01 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les angles en : • fournissant des exemples d'angles dans l'environnement • classifiant des angles selon leur mesure • estimant la mesure de différents angles en utilisant des angles de 45°, de 90° et de 180° comme angles de référence • déterminant la mesure des angles en degrés • dessinant et en annotant des angles lorsque leur mesure est donnée.	**M01** : On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les cercles en faisant les choses suivantes : • décrire les relations entre le rayon, le diamètre et la circonférence; • faire le lien entre la circonférence et π; • déterminer la somme des angles centraux; • construire des cercles quand on leur donne le rayon ou le diamètre; • résoudre des problèmes faisant intervenir les rayons, les diamètres et les circonférences de cercles.	**M03** On s'attend à ce que les élèves déterminent l'aire de la surface de prismes droits à base rectangulaire, de prismes droits à base triangulaire et de cylindres droits pour résoudre des problèmes. **M04** On s'attend à ce que les élèves établissent et mettent en application des formules pour déterminer le volume de prismes droits à base rectangulaire, de prismes droits à base triangulaire et de cylindres droits.

M02 On s'attend à ce que les élèves sachent démontrer que la somme des angles intérieurs d'un : • triangle est égale à 180° • quadrilatère est égale à 360°.		

Contexte

Le cercle est une figure plane (à deux dimensions) dont tous les points sont équidistants d'un point fixe appelé le *centre* du cercle. Le rayon est la distance séparant le centre du cercle du contour du cercle, tandis que le diamètre est un segment de droite traversant le centre du cercle et dont les deux extrémités touchent le contour du cercle. La circonférence du cercle est la distance parcourue pour faire le tour du cercle, aussi appelée son périmètre.

À leur arrivée en mathématiques de 7e année, les élèves possèdent des bases en classification et mesure des angles. Pour illustrer le fait que la somme des angles centraux d'un cercle est égale à 360°, il faut d'abord que les élèves comprennent qu'un angle central est un angle dont le sommet se trouve au centre du cercle et dont les rayons coupent la circonférence.



Il faut que les élèves comprennent que les côtés de tels angles se rencontrent en un seul et même point, à savoir le centre du cercle. On mesure chacun des angles à partir du centre du cercle. Chaque angle central a son sommet au centre du cercle et chaque rayon rejoint un point différent de la circonférence du cercle. Explorez la somme des angles centraux d'un cercle en demandant aux élèves de créer des cercles en indiquant le centre et de placer des blocs-formes, des quadrilatères quelconques découpés dans du papier ou des angles découpés dans du papier de façon à ce que les sommets se rejoignent au centre du cercle. (Chacun des quatre angles d'un carré mesure 90°, de sorte que, lorsque quatre carrés se rejoignent au centre du cercle, la somme des angles fait 360°.) La relation étroite entre les angles et les cercles peut être utilisée comme point de départ pour développer la compréhension des concepts relatifs au cercle chez les élèves.

Il faudrait que les élèves comprennent que, dans un cercle quelconque, le rapport entre la circonférence et le diamètre est une constante et on utilise la lettre grecque π (pi) pour représenter la valeur de ce rapport. Pi (π) est un nombre irrationnel; il s'agit d'un nombre décimal qui n'est ni fini ni périodique et ne peut s'exprimer sous la forme d'une fraction de type $\frac{C}{d}$.

- (π_= 3,14159265358979323846264338327950 ...). La valeur de π est souvent **arrondie** à 3,14, même si la plupart des calculettes ont une touche spéciale pour π. Les élèves pensent souvent que π est égal à 3,14 et que la valeur n'est pas une approximation. Quand il faut faire des approximations grossières, on peut utiliser comme valeur approximative de π le nombre 3. Il est important que les élèves prennent conscience du fait que pi n'est pas tant un nombre spécial qu'une relation spéciale (la relation exprimée par la division de la circonférence d'un cercle par son diamètre). Il est acceptable d'utiliser 3,14 pour pi ou la touche π sur la calculette, mais il faut que les élèves comprennent que le résultat ne sera pas exactement le même dans les deux cas.

Offrez aux élèves des occasions concrètes d’explorer et de découvrir les concepts et les relations dans le cercle. Il convient d’inclure dans toute exploration de π des activités de mesure de la circonférence et du diamètre. Il convient également de calculer le rapport entre la circonférence et le diamètre et on peut noter les informations dans un tableau comme celui-ci :

objet circulaire	**circonférence**	**diamètre**	$\frac{C}{d}$

Quand on procède à un type quelconque de mesure, il est indispensable de définir l’attribut qu’on va mesurer et l’unité appropriée. Lorsqu’on mesure la circonférence, le rayon et le diamètre de cercles, l’attribut qu’on mesure est une longueur et l’unité appropriée est donc le millimètre, le centimètre, le mètre, etc. Lorsqu’on cherche la somme des angles centraux d’un cercle, l’unité de mesure appropriée est le degré et chaque degré représente $\frac{1}{360}$ d’un cercle.

Explorez les formules C = πd et C = 2πr dans le cadre d’activités une fois que vous avez établi la valeur de π. Les élèves devraient utiliser ces formules pour résoudre des problèmes d’application.

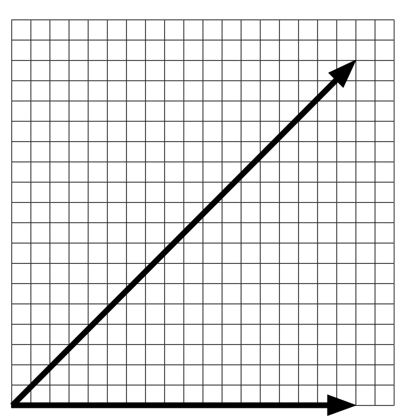
Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d’évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut utiliser des tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Examinez le concept de périmètre en demandant aux élèves de faire une estimation de la mesure du périmètre de surfaces désignées (boite de mouchoirs en papier, surface d’un bureau, porte de la salle de classe, fenêtre, plafond, etc.) et en leur demandant de justifier leurs réponses.
- Montrez aux élèves le schéma ci-dessous et demandez-leur pourquoi il est facile de voir que la mesure de l’angle est 45°.

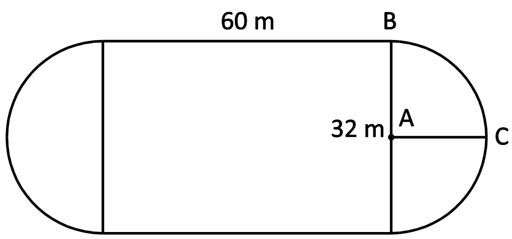


- Donnez aux élèves la mesure d'un angle dans un triangle. Demandez-leur de dériver trois paires de mesures possibles d'angles pour les deux angles restants du triangle. Si, par exemple, un triangle a un angle de 45°, demandez-leur trois séries de mesures possibles pour les deux angles restants.
- Demandez aux élèves de déterminer la mesure du troisième angle d'un triangle et du quatrième angle d'un quadrilatère sachant qu'on connait les mesures des autres angles de la figure.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- En guise de carte de sortie, donnez aux élèves un cercle avec indication d'un angle central. Demandez-leur de déterminer la mesure de l'autre angle central.
- Demandez aux élèves de décider, parmi les nombres suivant, celui qui est la meilleure estimation de la circonférence d'un cercle dont le rayon est 3,5 cm : 10,5 cm, 21 cm ou 42 cm. Demandez-leur de justifier leur choix.
- L'école d'Ali a une piste de course semi-circulaire à chaque extrémité, comme dans le schéma ci-dessous. Les côtés droits font 60 mètres et la piste a une largeur de 32 mètres. Combien de fois environ Ali devra-t-il faire le tour de la piste pour parcourir 2 km?
-



- Les parents de Georges sont en train d'acheter une nouvelle table circulaire pour leur salle à manger. Ils veulent que la table soit assez grande pour 8 personnes, avec chaque personne ayant 60 cm d'espace à la table le long de la circonférence. Quel devrait être le diamètre de la table? De combien le diamètre changerait-il si les parents de Georges décidaient de réduire l'espace pour chaque personne à 45 cm?
  - Si chaque personne n'a besoin que de 45 cm d'espace autour de la table, quelles sont les dimensions les plus petites possible pour la salle à manger, sachant que chaque chaise exige au moins 80 cm d'espace entre la table et le mur le plus proche pour que les gens puissent facilement s'assoir? Quelles suppositions as-tu faites?
- Construis des cercles respectant les critères suivants :
  - un cercle d'un rayon de 3 cm
  - un cercle d'un diamètre de 8 cm
- Si tu connais le rayon, que peux-tu faire pour obtenir le diamètre?
- Si tu connais le diamètre, que peux-tu faire pour obtenir le rayon?
- Fais une estimation du nombre de brassées qu'il faudrait qu'Assoun fasse pour faire le tour de la piscine à la nage, sachant qu'il lui faut 30 brassées pour traverser la partie la plus large d'une piscine circulaire.

- On a une pizza sur la cuisinière. Jacinthe coupe une part de pizza et la mange. L'angle central de la part manquante est de 45°. Lisette passe par là, coupe une part de pizza, la mange et s'en va. L'angle central de la part restante de pizza est de 120°. Quelle quantité de pizza Lisette a-t-elle mangée?
- Quelle est la meilleure estimation de la circonférence d'un cercle dont le diamètre est de 12 cm? Justifie ton choix.

  (a) 6 cm (b) 18 cm (c) 36 cm
- Quelle est la meilleure estimation de la circonférence d'un cercle dont le rayon est de 10 cm? Justifie ton choix.

  (a) 30 cm (b) 60 cm (c) 90 cm
- Réponds à la question suivante : Un fabricant produit des assiettes de diamètre 30 cm. Il prévoit décorer le pourtour de chaque assiette d'une ligne dorée. Détermine la longueur de dorure nécessaire pour un ensemble de huit assiettes. Sachant que la dorure coute 4 $ par cm, combien cela couterait-il de décorer toutes les assiettes?
- Réponds à la question suivante : Un chien est attaché à un poteau dans la cour et peut marcher ou courir dans les limites d'un cercle. La plus grande circonférence de sa piste est de 56,52 m. Quelle est la longueur de la corde qui attache le chien au poteau? Explique ton raisonnement.

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

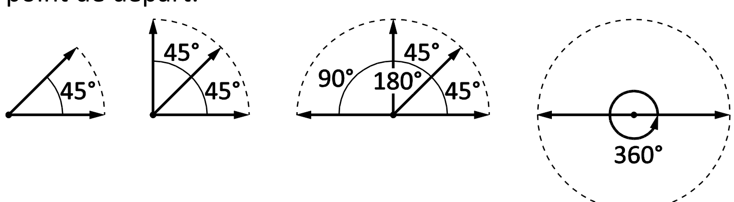
Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Introduire le vocabulaire du cercle à l'aide d'un cercle humain formé avec un élève au centre du cercle. (Ne pas utiliser le mot « milieu ».) Leur demander comment ils peuvent utiliser la personne au centre pour vérifier si le cercle est bien parfaitement circulaire. Ceci devrait vous conduire à une discussion sur la caractéristique du cercle qui veut que tout point du cercle soit équidistant du centre. Donner à l'élève au centre du cercle une ficelle de 3 mètres environ. Lui demander de donner l'autre bout de la ficelle à un élève dans le cercle en lui demandant d'ajuster sa position jusqu'à ce que la ficelle soit bien tendue. Faire ensuite passer la ficelle à tous les élèves du cercle. Introduire le terme de *rayon* et demander aux élèves ce que représente le rayon dans leur cercle. Une fois qu'ils ont compris que c'est la longueur de la ficelle qui représente le rayon, ils peuvent prédire le nombre de longueurs de ficelle qu'il faudra pour relier un élève du cercle à un autre élève directement opposé à lui de l'autre côté du cercle, en passant par le centre du cercle. La conclusion des élèves devrait être que le double du rayon représente la distance entre deux points opposés du cercle en passant par le centre. Introduire le terme de *diamètre*, qui désigne cette distance. Introduire le terme de *circonférence*, qui décrit la distance en faisant le tour du cercle, et faire le lien avec le terme de *périmètre*.
- Faire le lien entre la circonférence d'un cercle et le périmètre d'un polygone.
- Dire aux élèves de construire et dessiner des cercles de diverses tailles à l'aide de diverses options (compas, crayon et ficelle, logiciel de géométrie, etc.). Envisager d'utiliser un compas de marque « Bullseye ». Ce type d'instrument ressemble à une règle, mais avec un cercle à une extrémité permettant de faire un mouvement en rotation. On tient en place le centre du cercle et on met le crayon dans un des trous de la « règle » (à la distance du rayon). Ce type d'instrument est plus facile à utiliser pour les élèves pour construire des cercles, parce que le crayon reste à une distance constante du centre.

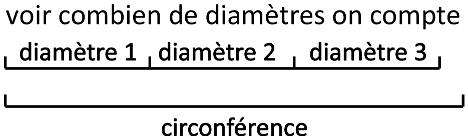
- Il existe diverses stratégies pour illustrer le fait que la somme des angles centraux est toujours égale à 360°.
- Avec un quadrilatère quelconque donné, les élèves peuvent « arracher » les sommets et les organiser de façon à ce qu'ils se rejoignent tous au centre d'un cercle. On peut aussi utiliser des blocs-formes ou des pièces de tangram.
- Avec deux triangles quelconques, les élèves peuvent « arracher » les sommets et les organiser de façon à ce qu'ils se rejoignent tous au centre d'un cercle. On peut aussi utiliser des blocs-formes ou des pièces de tangram.
  - Dessiner ou utiliser un élément découpé représentant un angle de 45° et dire aux élèves de relier les rayons avec un arc (figure 1).
  - Empiler deux angles l'un sur l'autre avec un sommet commun et un rayon commun (figure 2).
  - Relier les rayons avec un autre arc. Demander aux élèves quel type d'angle est ainsi créé et combien qu'il mesure. Aligner un autre angle de 90° le long de l'image (figure 3). Quelle est la mesure de l'angle le plus grand dans la figure 3?
  - Achever la tâche en ajoutant un autre angle de 180° sous l'image (figure 4).

FIGURE 1 FIGURE 2 FIGURE 3 FIGURE 4

- Explorer le concept de π avec la mesure et contrôlez la valeur de π pour plusieurs objets circulaires à trois dimensions. Les élèves peuvent apporter des contenants ronds de la maison pour cela. Cette activité peut se faire en groupe et les résultats peuvent être présentés à la classe entière. Dire aux élèves qu'il y a plusieurs façons de mesurer la circonférence :
  - Enrouler un ruban à mesurer autour de l'objet.
  - Enrouler une ficelle ou un ruban autour de l'objet, puis mesurer la longueur de la ficelle ou du ruban.
  - Noter un point de départ sur l'objet et faire rouler le cercle le long d'une règle, pour revenir au point de départ.



  - Rouler l'objet le long d'une feuille de papier et marquer le point de départ et le point d'arriver. Relier les points d'une ligne droite et mesurer la ligne. (NOTE : À des fins de différenciation, rouler l'objet pour obtenir la ligne représentant sa circonférence est une stratégie utile, car les élèves peuvent alors mesurer le diamètre et placer physiquement le diamètre sur la ligne pour voir combien de diamètres on compte dans la ligne. Cette approche n'exige aucun calcul.)



– Avec un logiciel comme Excel ou Numbers, crée un tableau comme celui-ci pour noter des mesures.

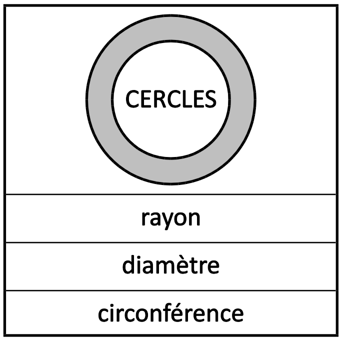
Objet circulaire	**Circonférence**	**Diamètre**	$\frac{C}{d}$

Les mesures des élèves ne seront pas tout à fait exactes, de sorte que les calculs à plusieurs chiffres après la virgule ne seront pas toujours les mêmes. Néanmoins, les élèves devraient constater que, quelle que soit la taille du cercle, la circonférence sera toujours un peu plus longue que trois diamètres du cercle (C = 3*d* et un petit peu plus). Si les élèves ont fait leurs mesures avec un grand soin, alors ils devraient avoir des valeurs entre 3,1 et 3,2. Expliquer que la relation $\frac{C}{d}$ est une constante mathématique très importante. Elle est communément arrondie à 3,14 et s'appelle *pi* (π).

- Donner aux élèves des occasions de faire le lien entre les représentations concrètes, imagées et symboliques lors de leur exploration des propriétés du cercle.
- Dire aux élèves de justifier les stratégies qu'ils utilisent pour résoudre des problèmes se rapportant aux cercles et de faire un examen critique des stratégies utilisées par les autres.
- Utiliser des ouvrages de littérature pour stimuler la réflexion des élèves sur les cercles et leurs propriétés, comme *Sir Cumference et the Dragon of Pi* (1999) de Cindy Neuschwander.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Découpe un quadrilatère, arrache ses quatre angles et mets-les ensemble. Quelle est la mesure des quatre angles pris ensemble? (360°) Quel est le lien entre cette mesure et l'angle intérieur des cercles?
- Rassemblez une série de contenants circulaires et demandez aux élèves de les trier selon que la circonférence est environ égale à la hauteur, que la circonférence est inférieure à la hauteur ou que la circonférence est supérieure à la hauteur. Demandez-leur d'expliquer leurs choix et de mesurer ensuite les contenants pour vérifier.
- Discutez des raisons pour lesquelles il est difficile de dessiner un cercle parfait sans outil.
- Demandez aux élèves de se demander si l'énoncé suivant est vrai et de donner des exemples justifiant leur réponse :
  – Si l'on double le rayon d'un cercle pour construire un nouveau cercle, alors le diamètre sera lui aussi double.
- Dresse la liste des sports dans lesquels le cercle joue un rôle important et fais une estimation du rayon de chaque cercle décrit.
- Utilise des mots et des schémas pour expliquer comment trouver le diamètre d'un cercle une fois qu'on connait son rayon.
- Dessine des cercles d'un rayon de 10 cm, d'un rayon de 5 cm et d'un rayon de 6 cm.
- Rédige une série d'instructions pour décrire comment dessiner un cercle d'un rayon de 8 cm, en utilisant le type de compas que tu préfères. Donne ensuite tes instructions à un camarade pour qu'il dessine le cercle. Décide ensuite si le dessin de ton cercle est exact.
- Fais des recherches sur pi et présente les informations que tu trouves.
- Crée un outil d'organisation pliant à trois volets pour décrire les relations entre le rayon, le diamètre et la circonférence.



- Demandez à des groupes de créer des présentations avec des idées comme les suivantes :
  - La somme des angles centraux est égale à 360°.
  - Si l’on connait le rayon, on peut déterminer le diamètre et vice versa.
  - Si l’on connait la circonférence, on peut déterminer le diamètre et vice versa.. $\frac{C}{d}$ = la constante pi (π), et pi vaut environ 3,14. $\frac{C}{d} \doteq 3.14$, donc $3.14 \cdot d \doteq C$ et $\frac{C}{3.14} \doteq d$.
  - La circonférence d’un cercle peut être déterminée si le rayon du cercle est connu. 2*r* peut remplacer *d* dans toutes les relations, donc $3{,}14 \cdot 2 \cdot r \doteq C$ ou encore $6{,}28r \doteq C$.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D’ARTICLES À MANIPULER

- compas Bullseye
- compas
- logiciel graphique
- rubans à mesurer
- blocs-formes
- rapporteur
- règles
- ficelle
- tangrams
- divers objets circulaires

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ angle (aigu, obtus, plein, droit, plat) ▪ angle central ▪ arc ▪ centre (du cercle) ▪ cercle ▪ circonférence ▪ demi-droite ▪ diamètre ▪ nombre irrationnel ▪ pi ▪ rayon	▪ angle (aigu, obtus, plein, droit, plat) ▪ angle central ▪ arc ▪ centre (du cercle) ▪ cercle ▪ circonférence ▪ diamètre ▪ pi ▪ rayon

Ressources/Notes

Imprimé

« Teacher to Teacher : Playing around with “Mono-pi-ly” », *Mathematics Teaching in the Middle School* vol. 11, n° 6, février 2006 (Kroon, 2006), p. 294–297 (Disponible au format PDF : www.nctm.org/Publications/mathematics-teaching-in-middle-school/2006/Vol11/Issue6/Teacher-to-Teacher_-Playing-around-with-Mono-pi-ly/)

Sir Cumference et the Dragon of Pi (Neuschwander, 1999)

Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Module 4 – Le cercle et l’aire (n° NSSBB : 2001640)
  - Section 4.1 – Explorer le cercle
  - Section 4.2 – La circonférence d’un cercle
  - Problème du module : Concevoir un parc aquatique
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001641)
  - fiches d’évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l’élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Internet

- *Math Open Reference* (Math Open Reference, 2009) (petites applications informatiques)
  - « Angles » : www.mathopenref.com/tocs/anglestoc.html
  - « Circles » : www.mathopenref.com/tocs/circlestoc.html
  - « Central Angle » : www.mathopenref.com/circlecentral.html
- « Pattern Blocks », *Ginger Booth* (Ginger Booth, 2013) : http://gingerbooth.com/flash/patblocks/patblocks.php#.VAM4BrxdW7w (blocs-formes interactifs)
- « NRICH Enriching Mathematics, Unnamed [interactive circular geoboard] », *University of Cambridge* (University of Cambridge, 2015) : http://nrich.maths.org/content/id/2883/circleAngles.swf

RAS M02 : On s'attend à ce que les élèves mettent au point et mettent en application une formule pour déterminer l'aire de triangles, de parallélogrammes et de cercles. [L, RP, R, V]			
[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CM]** Calcul mental et estimations

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

M02.01 Illustrer et expliquer comment on peut déterminer l'aire d'un triangle à partir de l'aire d'un rectangle.
M02.02 Généraliser une règle pour créer une formule permettant de déterminer l'aire de triangles.
M02.03 Illustrer et expliquer comment on peut déterminer l'aire d'un parallélogramme à partir de l'aire d'un rectangle.
M02.04 Généraliser une règle pour créer une formule permettant de déterminer l'aire de parallélogrammes.
M02.05 Illustrer et expliquer comment on peut estimer l'aire d'un cercle sans avoir recours à une formule.
M02.06 Généraliser une règle pour créer une formule permettant de déterminer l'aire d'un cercle donné.
M02.07 Résoudre un problème donné comportant l'aire de triangles, de parallélogrammes ou de cercles.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 6	**Mathématiques 7**	**Mathématiques 8**
M03 On s'attend à ce que les élèves sachent développer et appliquer une formule pour déterminer : • le périmètre de polygones • l'aire de rectangles • le volume de prismes droits à base rectangulaire. **G04** On s'attend à ce que les élèves sachent effectuer une combinaison de transformations successives appliquées à des figures à deux dimensions pour créer un motif, puis identifier et décrire les transformations qui ont été effectuées.	**M02** : On s'attend à ce que les élèves mettent au point et mettent en application une formule pour déterminer l'aire de triangles, de parallélogrammes et de cercles.	**M03** On s'attend à ce que les élèves déterminent l'aire de la surface de prismes droits à base rectangulaire, de prismes droits à base triangulaire et de cylindres droits pour résoudre des problèmes. **M04** On s'attend à ce que les élèves établissent et mettent en application des formules pour déterminer le volume de prismes droits à base rectangulaire, de prismes droits à base triangulaire et de cylindres droits.

Contexte

On peut définir l'aire comme étant la mesure de l'espace à l'intérieur d'une région ou le nombre d'unités carrées qu'il faut pour couvrir une région donnée. Comme pour tout type de mesure, il est important de discuter des points communs entre les différentes mesures pour la compréhension :

- définir d'abord l'attribut à mesurer

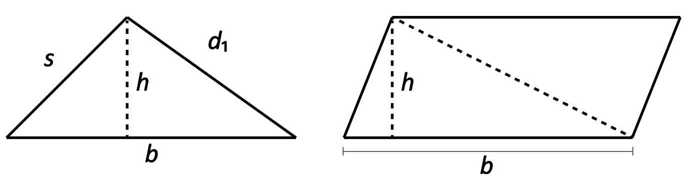
- choisir ensuite l'unité appropriée
- enfin, comparer cette unité à l'objet mesuré
(NCTM, 2000, p. 171).

Il est crucial de bien comprendre la conservation de l'aire : l'objet garde sa taille même quand on change son orientation ou quand on le réorganise en le subdivisant d'une manière ou d'une autre. Lorsqu'on mesure l'aire, parmi les unités de mesure appropriées, on note le cm^2 et le m^2.

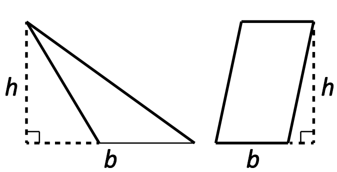
Les formules pour trouver l'aire de figures à deux dimensions constituent une méthode de mesure de l'aire à partir de mesures de longueur (Van de Walle et Lovin 2006b, p. 230). Il y a des liens de parenté entre l'aire du rectangle, l'aire du parallélogramme, l'aire du triangle et l'aire du cercle; c'est l'aire du rectangle qui constitue la base pour le calcul de l'aire de toutes les autres figures à deux dimensions.

Les élèves étudient le concept d'aire depuis les mathématiques de 4e année. Maintenant que l'on demande aux élèves de faire des généralisations sur l'aire, il faudra qu'ils utilisent leur compréhension de ce que l'aire est et la méthode pour trouver l'aire d'un rectangle. La formule $A = l \times w$ a été présentée comme manière de compter les carrés dans l'aire d'un rectangle. Elle représente l'aire comme une série de carrés et propose une façon de compter ces carrés. Autrement dit, la formule $A = l \times w$ représente le nombre de carrés dans chaque ligne multiplié par le nombre de lignes. La multiplication de ces deux valeurs devrait alors être évidente; par conséquent, la formule de l'aire d'un rectangle est $A = l \times w$ ou $A = w \times l$ ou encore $A = b \times h$.

Il est très important, pour pouvoir communiquer clairement sur les figures et sur l'élaboration et l'application des formules, de savoir définir la base et la hauteur des figures. Tout côté plat d'une figure peut servir de base. La base peut dépendre de l'orientation de la figure. Pour chaque base, on a une hauteur correspondante. La figure peut avoir plusieurs hauteurs, selon le côté choisi comme base. La hauteur est la longueur de la perpendiculaire reliant le point le plus élevé de la figure à la base. On mesure la hauteur le long d'une ligne à angle droit partant de la base (qui est la perpendiculaire). Pour les rectangles, la formule $A = l \times w$ est équivalente à la formule $A = b \times h$. $A = b \times h$ est plus utile quand on travaille sur l'aire des parallélogrammes et des triangles en mathématiques de 7e année et pour déterminer l'aire de la surface en 8e année.



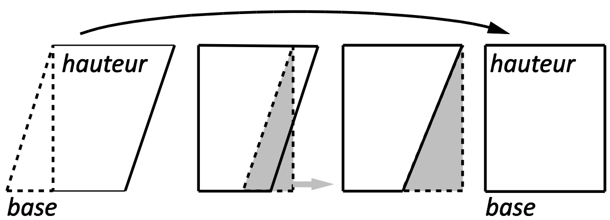
La hauteur d'un angle obtus peut se retrouver en dehors du triangle et donc être mesurée en traçant un segment en dehors du triangle. C'est également vrai pour les parallélogrammes : la hauteur peut se mesurer soit à l'intérieur soit à l'extérieur de la figure. C'est quelque chose de nouveau en mathématiques de 7e année.



Vérifiez que les élèves ont bien compris ces concepts sur l'aire des parallélogrammes et des triangles. Utilisez divers types de quadrilatères et de classifications des triangles pour vous assurer que les élèves maitrisent bien le vocabulaire pour communiquer sur leur apprentissage. Il ne faudrait pas que les élèves mémorisent les formules mathématiques sans comprendre tout cela.

PARALLÉLOGRAMMES

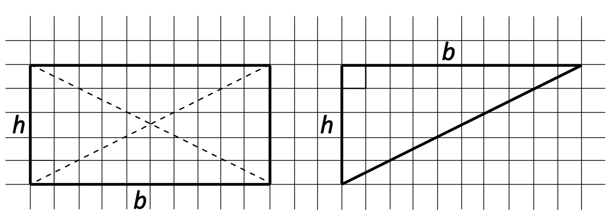
Introduisez l'aire d'un parallélogramme en vous appuyant sur ce qu'ils savent déjà sur l'aire. Pour cela, vous pouvez transformer le parallélogramme en rectangle en coupant un triangle rectangle que vous enlevez du parallélogramme et en le faisant glisser de l'autre côté de la figure pour former un rectangle. Les élèves devraient alors saisir que l'aire du parallélogramme est la même que celle du rectangle correspondant (avec la même base et la même hauteur). Les élèves devraient arriver à déterminer la base ou la hauteur étant donné l'aire et l'autre dimension et aussi prendre conscience du fait que divers parallélogrammes peuvent avoir la même aire.



Avec une activité comme celle-ci, on explique pourquoi l'aire d'un parallélogramme est *A = (base)(hauteur)* et on développe la conscience que les élèves ont de la conservation de l'aire. Donnez aux élèves l'occasion d'explorer divers parallélogrammes dans diverses orientations pour trouver l'aire et généraliser au moyen d'une formule. Il faudrait que les élèves déterminent par généralisation que tout parallélogramme peut être réorganisé pour former un rectangle. Il faudrait que les élèves puissent déterminer l'aire quand on leur donne la base et la hauteur et la base ou la hauteur quand on leur donne l'aire et l'autre dimension et aussi qu'ils prennent conscience du fait que divers parallélogrammes peuvent avoir la même aire.

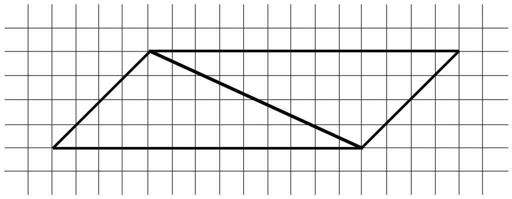
TRIANGLES

L'aire d'un triangle est apparentée à l'aire d'un rectangle. Lorsqu'on coupe un rectangle le long d'un de ses diagonales, on obtient deux triangles droits congruents. Chaque triangle a une aire qui est la moitié de l'aire du rectangle, soit $\frac{1}{2}$ b x h. On obtient la base et la hauteur en mesurant les côtés du rectangle. Lorsque les élèves observent que deux triangles droits congruents forment un rectangle, ils comprennent que $\frac{1}{2}$ b x h exprime l'aire d'un des triangles.



En suivant la même procédure que celle ci-dessus, les élèves peuvent découvrir que l'aire d'un triangle ayant la même base et hauteur perpendiculaire que le parallélogramme correspondant a une aire qui est la moitié de l'aire de ce parallélogramme. Par conséquent, l'aire d'un triangle est $A = \frac{bh}{2}$ ou $\frac{1}{2}bh$.

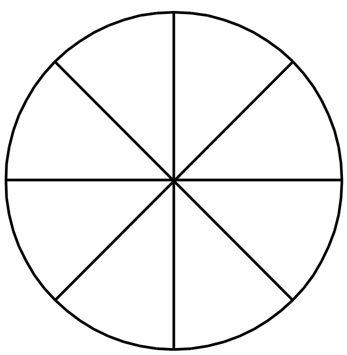
Il faudrait que les élèves comprennent que, du moment que la base et la hauteur sont identiques, les aires de deux triangles différents sont identiques.

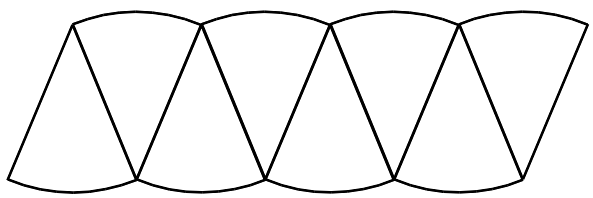


CERCLES

Dites aux élèves de trouver la formule de l'aire du cercle en faisant le lien entre un cercle découpé en secteurs égaux et un quasi-parallélogramme.

Lorsqu'on découpe le cercle en passant par le centre et qu'on organise les pièces de façon à ce que le centre soit en alternance en haut et en bas, les pièces forment un quasi-parallélogramme ou quelque chose qui est presque un parallélogramme. On peut se servir de ce quasi-parallélogramme pour faire une estimation de l'aire du cercle et pour expliquer la formule pour trouver l'aire du cercle.





Pour bien arriver à l'aire du cercle dans cette activité, il faudrait transférer les mesures du cercle (rayon et moitié de la circonférence) dans les mesures du parallélogramme. Comme la base du parallélogramme représente la moitié de la circonférence du cercle ($C = 2\pi r$), la base peut être représentée par πr et la hauteur du parallélogramme est *r*. On peut ensuite appliquer la formule de l'aire du parallélogramme pour créer la formule de l'aire du cercle. On n'a pas encore exposé les élèves aux puissances et aux exposants et cela ne se fera qu'en math de 9e année (N01). Lors du travail sur la formule de l'aire du cercle, $A = \pi r^2$, on peut présenter les choses comme A = (π x *r*) x *r*. Les élèves n'ont rencontré la notation du carré (^{2}) que dans le travail sur les unités d'aire. Pour introduire la formule A = πr^2, discutez de la notation d'un mètre carré, qui est m^2 au lieu de m x m, et faites le lien avec *r* x *r* exprimé symboliquement sous la forme de r^2 pour simplifier les choses. Les élèves font souvent l'erreur de calculer le double au lieu de multiplier la valeur par elle-même.

Lorsque les élèves procèdent à leurs propres généralisations à partir de leur propre expérience, ils comprennent les liens dans les formules. En développant ces liens, on offre aux élèves les meilleures occasions possibles de mémoriser les formules et de les appliquer correctement. Si l'élève oublie la formule, il sera capable de la reconstituer, de la tester et de continuer à l'utiliser.

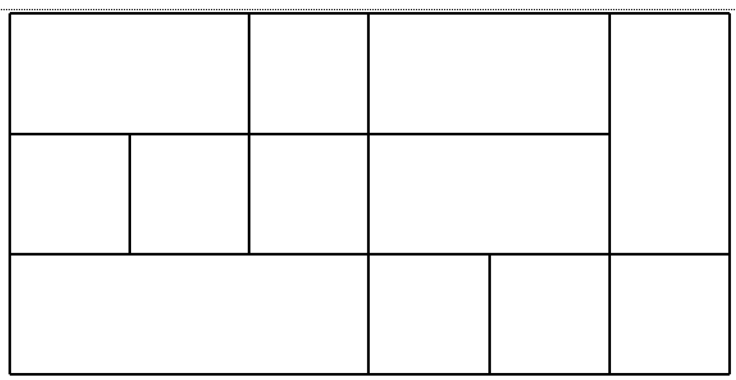
Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut utiliser des tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Dites aux élèves que le périmètre d'un triangle fait 18 cm. Demandez-leur de décrire et de dessiner les longueurs possibles des côtés. (On peut aussi utiliser un géoplan ou un géoplan numérique. Spécifiez chaque type de triangle : scalène, isocèle, équilatéral, etc.)
- Définis et trie les quadrilatères suivants selon leurs attributs :
  - carrés
  - rectangles
  - trapézoïdes
  - parallélogrammes
  - rhombes
- Donnez aux élèves des tâches sur l'aire comme les suivantes :
  - Kailey a tondu deux pelouses. L'une faisait 11 m × 12 m et l'autre faisait 16 m × 10 m. Kailey fait payer 3 $ par section de 10 m^2. Combien a-t-elle fait payer pour tondre les deux pelouses?
  - Écris une définition de l'aire.
  - Dessine une série de rectangles ayant la même aire.
  - Explique la formule de l'aire du rectangle.
  - Trouver l'aire du rectangle le plus grand et note-la avec des unités carrées.

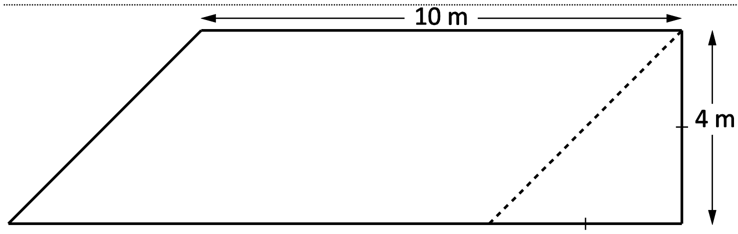


TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

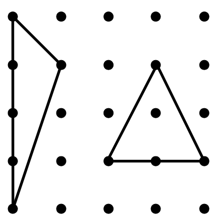
Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Crée un parallélogramme dont l'aire fait 24 cm^2. Crée ensuite trois parallélogrammes différents ayant la même base et la même aire et détermine la hauteur de chaque triangle. Tire une conclusion faisant le lien entre la base et la hauteur quand l'aire est constante. (On peut faire cela sur du papier quadrillé, sur un géoplan, dans une application de géoplan ou dans un logiciel.)

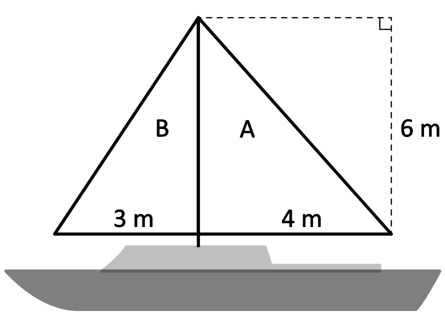
- Dites aux élèves de comparer les aires d'un triangle et d'un parallélogramme ayant la même base et la même hauteur. Demandez-leur d'inclure des schémas avec leurs explications.
- Fais une estimation de l'aire d'une assiette circulaire ayant un rayon de 10 cm et explique ton raisonnement. Écris la formule de l'aire du cercle. Calcule l'aire de l'assiette. Montre ton travail.
- On a créé un jardin de la forme ci-dessous. L'aire totale sera-t-elle supérieure à 40 m^2? Explique ton raisonnement. Calcule l'aire totale du jardin. Montre tout ton travail, y compris les formules dont tu as besoin.



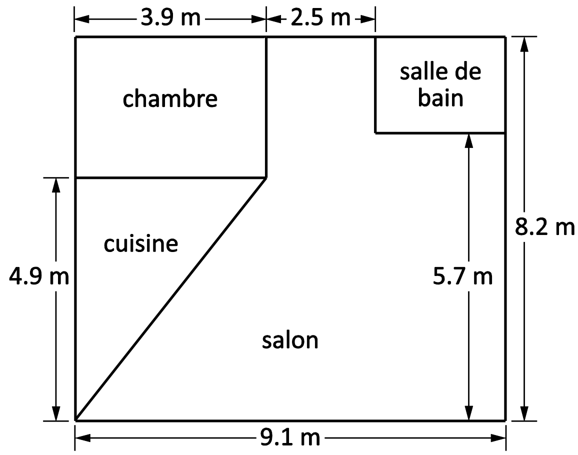
- Sur un géoplan, crée autant de triangles différents que possible ayant une surface de 2 cm^2. Tu devrais constater que tout triangle de base 4 et de hauteur 1 ou de base 2 et de hauteur 2 aura cette aire.



- Sur un géoplan, crée autant de triangles différents que possible ayant la même base et la même hauteur. Combien de triangles différents arrives-tu à créer? Compare l'aire des différents triangles. (Les triangles ayant la même base et la même hauteur auront la même aire.)
- Daniel vient d'acheter un voilier d'occasion, dont deux des voiles sont à remplacer. Combien de tissu lui faudra-t-il s'il remplace la voile A? Explique ton raisonnement.



  – Combien de tissu lui faudra-t-il s'il remplace la voile B?
- Daisy veut un nouveau revêtement de sol et une nouvelle moquette pour son appartement rectangulaire. Voici un plan de son appartement.

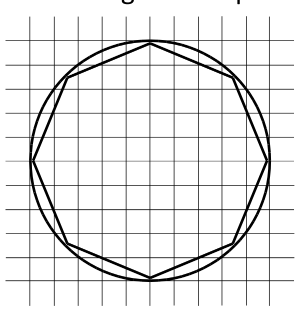


- Sachant que le revêtement de sol pour la salle de bain coute 12,95 $ par mètre carré, combien cela coutera-t-il à Daisy pour poser un nouveau revêtement de sol dans sa salle de bain?
- Sachant que Daisy dispose de 700 $ pour de la moquette pour son salon et sa chambre à coucher et que la moquette coute 9,98 $ par mètre carré, est-ce qu'elle a assez d'argent pour les deux pièces?

▪ Un triangle et un parallélogramme ont la même base et la même hauteur. Indique comment leurs aires se compareront. Inclus des schémas avec ton explication.

▪ Explique en quoi les formules de l'aire du rectangle, du parallélogramme et du triangle sont identiques Explique en quoi elles sont différentes.

▪ Fais une estimation de l'aire d'un cercle à l'aire de l'octogone comme référence. (Note que l'octogone remplit une plus grande part de l'intérieur du cercle que ne le ferait un carré.)



▪ La mère de Jackie est en train de décorer la chambre de Jackie et met un tapis au sol près du lit. Jackie vient de suivre un cours sur les cercles en mathématiques et s'interroge sur l'aire du tapis. L'étiquette du tapis dit qu'il fait 60 cm de large. Elle fait les calculs suivants :

d = 60 cm
r = 30 cm
A = π × r × r
A = 3.14 × 30 × 30
A = 3.14 × 9000
L'aire est approximativement
28 260 cm²

   – Est-ce que les calculs de Jackie sont raisonnables? Justifie-toi.

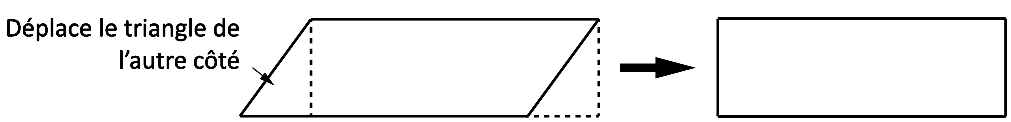
- Dessine trois parallélogrammes différents, qui ont tous une aire de 48 cm^2.
- Le rayon d'une pizza circulaire est de 22,0 cm. Sachant que la pizza va être divisée à parts égales entre quatre personnes, quelle sera l'aire de chaque part?
- Une patinoire circulaire a un rayon de 20 m. Quelle est l'aire dont les patineurs disposent pour patiner?

Planification de l'enseignement

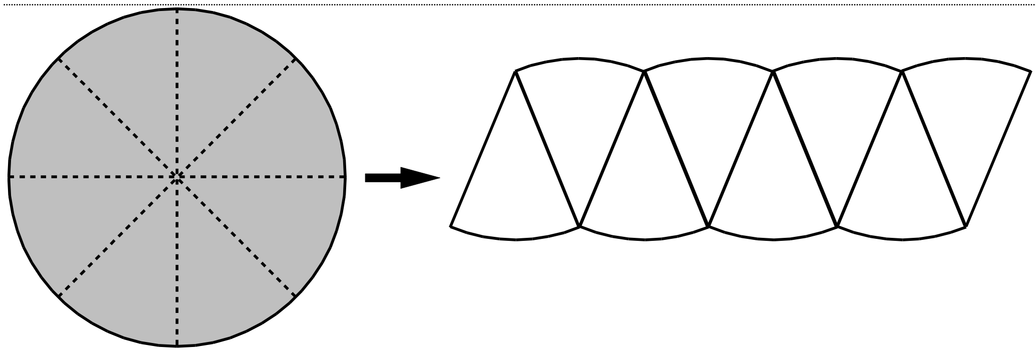
CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- S'assurer que les élèves font des estimations avant de calculer l'aire des parallélogrammes, des triangles et des rectangles.
- Fabriquer un rectangle souple à l'aide de Geo-Strips ou de bandes de carton et de clous de tapissier. Commencer à incliner le rectangle. Demander aux élèves si l'aire a changé. Continuer d'incliner jusqu'à ce que les élèves voient que l'aire a diminué. Discuter du fait que, à chaque nouvelle inclinaison, vous avez créé un nouveau parallélogramme avec la même base, mais une hauteur inférieure; c'est pour cela que l'aire a baissé.
- Dire aux élèves d'établir les formules de l'aire en appliquant leurs connaissances sur l'aire des rectangles et en réorganisant les figures de triangles, de parallélogrammes et de cercles.
- Dire aux élèves de faire la démonstration de la conservation de l'aire, pour qu'ils sachent que l'aire reste la même quand on réorganise les figures. Dire aux élèves de construire des parallélogrammes de différentes dimensions pour voir si c'est également vrai de tous les parallélogrammes.

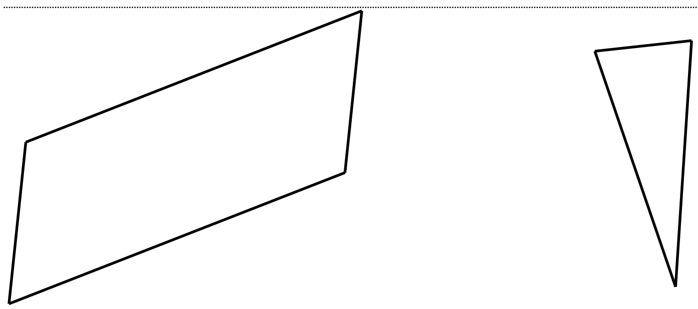


- Fournir aux élèves de nombreux types de triangles et de parallélogrammes afin de donner un sens à l'aire pour ces figures à deux dimensions.
- Permettre aux élèves de prendre conscience du lien entre l'aire d'un rectangle et l'aire d'un parallélogramme. Leur dire ensuite de trouver le sens de l'aire d'un triangle en faisant le lien avec l'aire d'un parallélogramme. Enfin, leur dire de trouver le sens de l'aire d'un cercle en le réorganisant pour former un parallélogramme ou un rectangle. Insister sur les liens entre les formules.
- Dire aux élèves de découper des cercles pour élaborer la formule de l'aire du cercle. Leur dire de dessiner une ligne noire sur le pourtour du cercle pour bien faire apparaitre la circonférence. Découper chaque secteur et alignez les pièces pour former un rectangle. Plus les secteurs seront petits, plus l'arrangement ressemblera à un parallélogramme. Le rayon du cercle représente la hauteur du rectangle et la base est représentée par la moitié de la circonférence = πr. Leur demander d'écrire la formule qu'ils ont découverte pour l'aire du cercle.



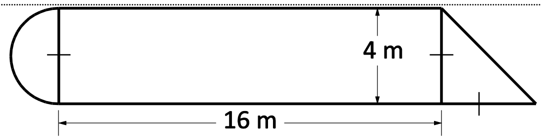
TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Trouve l'aire du plus grand rectangle et note-la avec des unités carrées.
- Dessine deux parallélogrammes différents ayant la même aire sur du papier quadrillé (ou à l'aide d'un outil technologique). Note les dimensions et l'aire de chaque parallélogramme.
- Sachant qu'un parallélogramme a une aire de 36 cm et une base de 9 cm, quelle est la hauteur?
- Indique la base et la hauteur de chacune des figures suivantes.



- Dessine deux parallélogrammes différents ayant une aire de 32 unités carrées ou une base de 8 unités et une aire de 32 unités.
- Utilise une feuille à trois panneaux pliante pour prendre des notes sur les trois formes évoquées dans ce module : les parallélogrammes, les triangles et les cercles. Tu pourrais inclure des sujets comme l'estimation, les définitions et les formules de l'aire.
- Réponds aux questions suivantes :
  - M. McGowan a préparé une tarte aux pommes dont le diamètre est de 25 cm. Il coupe la tarte en 6 parts égales. Quelle est environ l'aire de chaque part?
  - La bordure extérieure de la pièce de deux dollars canadiens a un rayon extérieur de 14 mm et un rayon intérieur de 8 mm. Quelle est l'aire de cette bordure?

- On a créé un jardin de la forme suivante :



– Fais une estimation de l'aire du jardin. Explique ton raisonnement.
– Trouve l'aire du jardin.
– Si on double la largeur (4 m) du jardin, est-ce que l'aire est également doublée? Justifie-toi.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- papier à points
- géoplans
- Geo-Strips et clous sans tête
- papier quadrillé
- Power Polygons

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ aire ▪ base ▪ formule ▪ hauteur ▪ horizontal ▪ largeur ▪ longueur ▪ parallèle ▪ parallélogramme ▪ perpendiculaire ▪ polygone ▪ quadrilatère (parallélogramme, rectangle, rhombe, carré, trapézoïde) ▪ rectangle ▪ sommet ▪ triangle (aigu, équilatère, isocèle, obtus, rectangle, scalène) ▪ unité carrée	▪ aire ▪ base ▪ formule ▪ hauteur ▪ horizontal ▪ largeur ▪ longueur ▪ parallèle ▪ parallélogramme ▪ perpendiculaire ▪ polygone ▪ quadrilatère (parallélogramme, rectangle, rhombe, carré, trapézoïde) ▪ rectangle ▪ sommet ▪ triangle (aigu, équilatère, isocèle, obtus, rectangle, scalène) ▪ unité carrée

Ressources/Notes

Imprimé

Making Mathematics Meaningful to Canadian Students, K–8, 2e édition (Small, 2013), p. 399–402
Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006b), p. 255–257
Math Matters: Understanding the Math You Teach, Grades K–8, 2e édition (Chapin et Johnson, 2006), p. 286–288, p. 290–291

Mathematics for Elementary Teachers, A Contemporary Approach, 7e édition (Musser, Burger et Peterson, 2006), p. 663–666

Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Manuel de l'élève, module 4 – Le cercle et l'aire (nº NSSBB : 2001640)
  - Section 4.3 – L'aire d'un parallélogramme
  - Section 4.4 – L'aire d'un triangle
  - Section 4.5 – L'aire d'un cercle
  - Jeu : Des cercles emballants
  - Problème du module : Concevoir un parc aquatique
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (nº NSSBB : 2001641)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (nº NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Internet

- « Area of a Triangle », *Cut-the-Knot.org* (Cut-the-Knot.org, 2015) : www.cut-the-knot.org/Curriculum/Geometry/AreaOfTriangle.shtml (articles de géométrie, théorèmes, problèmes)
- « Area of a Triangle », *Math Open Reference* (Math Open Reference, 2009) : www.mathopenref.com/trianglearea.html
- « Unnamed [geo-board web app] », *Math Learning Center* (Math Learning Center, 2013) : www.mathlearningcenter.org/web-apps/geoboard/ (également disponible pour tablettes iPad et Windows)
- « Discovering the Area Formula for Circles », *Illuminations: Ressources for Teaching Math* (National Council of Teachers of Mathematics, 2015) : http://illuminations.nctm.org/Lesson.aspx?id=1852

La géométrie (G)

RAG : On s'attend à ce que les élèves décrivent les propriétés d'objets à trois dimensions et de figures à deux dimensions et analysent les relations qui existent entre elles.

RAG : On s'attend à ce que les élèves décrivent et analysent la position et le mouvement d'objets et de motifs.

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage est quelque chose peut et devrait se faire au quotidien dans le cadre de l'enseignement. L'évaluation de l'apprentissage est également quelque chose qui devrait se produire fréquemment. Il convient d'utiliser tout un éventail d'approches et de contextes pour évaluer l'ensemble des élèves : collectivement en tant que classe, en groupes et individuellement.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles sont les méthodes et activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Que devrai-je faire pour assurer la concordance entre mes stratégies d'évaluation et mes stratégies d'enseignement?

Suivi sur l'évaluation

Il convient de définir l'enseignement en fonction des données rassemblées sur l'apprentissage à partir de la participation et des travaux des élèves.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?
- Donnez des exemples d'observations qu'on peut faire en temps voulu à l'intention des élèves.

Planification de l'enseignement

Pour avoir un bon programme de mathématiques, il est nécessaire de planifier l'enseignement afin qu'il se déroule de façon cohérente.

Planification à long terme

- Plan annuel disponible sur *Mathematics Learning Commons: Grades 7–9* à l'adresse : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Est-ce que la leçon concorde avec mon plan pour l'année ou le module?
- Comment incorporer les processus indiqués pour ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et expériences d'apprentissage devrais-je proposer pour favoriser la réalisation des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources didactiques devrais-je utiliser?
- Comment devrais-je m'y prendre pour répondre aux besoins des élèves dans toute leur diversité?

<table>
<tr><td colspan="4">RAS G01 : On s’attend à ce que les élèves effectuent des constructions géométriques :
• segments de droite perpendiculaires;
• segments de droite parallèles;
• médiatrices;
• bissectrices
[L, R, V]</td></tr>
<tr><td>[C] Communication
[T] Technologie</td><td>[RP] Résolution de problèmes
[V] Visualisation</td><td>[L] Liens
[R] Raisonnement</td><td>[CM] Calcul mental et estimations</td></tr>
</table>

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d’indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d’apprentissage spécifique correspondant.

G01.01 Décrire des exemples de segments de droites parallèles, de segments de droite perpendiculaires, de médiatrices et de bissectrices dans l’environnement.
G01.02 Mettre en évidence dans un diagramme donné les segments de droites parallèles ou perpendiculaires.
G01.03 Dessiner et construire un segment de droite perpendiculaire à un autre segment de droite et expliquer pourquoi ils sont perpendiculaires.
G01.04 Dessiner et construire un segment de droite parallèle à un autre segment de droite et expliquer pourquoi ils sont parallèles.
G01.05 Dessiner et construire la bissectrice d’un angle donné à l’aide de plusieurs méthodes et vérifier que les deux angles ainsi obtenus sont bien égaux.
G01.06 Dessiner et construire la médiatrice d’un segment de droite donné à l’aide de plusieurs méthodes et vérifier le résultat obtenu.

Portée et ordre des résultats d’apprentissage

Mathématiques 6	Mathématiques 7	Mathématiques 8
G01 On s’attend à ce que les élèves sachent construire et comparer des triangles, y compris les triangles scalènes, isocèles, équilatéraux, rectangles, obtusangles et acutangles orientés de différentes façons.	**G01** : On s’attend à ce que les élèves effectuent des constructions géométriques : • segments de droite perpendiculaires; • segments de droite parallèles; • médiatrices; • bissectrices	**G01** On s’attend à ce que les élèves dessinent et interprètent des vues de dessus, de devant et de côté d’objets à trois dimensions composés de prismes droits à base rectangulaire.

Contexte

Les termes *dessiner* et *construire* sont parfois utilisés de façon interchangeable, mais il est important de noter que les constructions se font uniquement à l’aide d’un compas et d’une règle non graduée. Pour les dessins, on peut utiliser les mêmes outils que pour les constructions, mais aussi un Mira, des miroirs, du papier calque et des règles graduées. Dans les dessins, on peut utiliser des mesures. Les croquis sont des dessins effectués sans outils de dessin.

« On se sert de toutes sortes de propriétés géométriques pour définir les points communs et les différences entre figures. Par exemple, les figures ont des côtés qui sont parallèles, perpendiculaires ou qui ne sont ni l'un ni l'autre […]. » (Van de Walle et Lovin, 2006b, p. 179)

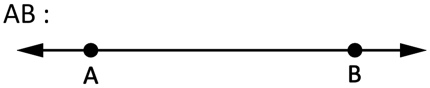
En mathématiques de 5e année, les élèves ont mis en évidence des exemples de côtés perpendiculaires et parallèles, d'arêtes et de faces dans leur étude des figures à deux dimensions et des objets à trois dimensions (G01). Ils ont également trouvé des exemples de segments de droite perpendiculaires et parallèles dans l'environnement. Comme, en 5e année, les élèves n'ont pas d'expérience en mesure d'angles, l'angle formé par des droites perpendiculaires est défini comme étant un angle droit. Les élèves ont mesuré et dessiné des angles à l'aide de rapporteurs en mathématiques de 6e année. En mathématiques de 7e année, les élèves créeront des segments et des médiatrices parallèles et perpendiculaires, ainsi que des bissectrices d'angles, à l'aide de constructions géométriques. Il faudrait exposer les élèves à diverses méthodes lorsqu'on travaille sur un concept comme celui de droites perpendiculaires. Les constructions, cela dit, se font à l'aide d'une règle non graduée et d'un compas. Il faudrait que les élèves soient capables de décrire la façon d'exécuter chaque construction.

Comme certaines des constructions pour les segments de droite parallèles font intervenir des perpendiculaires, on a l'option d'introduire les segments de droite perpendiculaires et les médiatrices en premier. Il arrive souvent que les élèves ne sachent pas faire la distinction entre segments perpendiculaires et médiatrices. Les segments et les angles peuvent être coupés en deux. Dans le mot *bissectrice,* on trouve le préfix *bi-*, qui signifie « deux », et la racine *sect-*, qui signifie « couper ». Dans les mots *médiane* et *médiatrice*, on trouve la racine *médi-*, qui signifie « milieu ». La médiane, la médiatrice et la bissectrice divisent en deux éléments de taille égale ou en passant par le milieu. Il faudrait que les élèves comprennent le concept de bissection en se référant à des mots familiers utilisant le même préfixe, comme *bicycle, biplan* ou *bilingue*. Il faudrait que les élèves puissent expliquer les points communs et les différences entre les médianes et les médiatrices. Il faut aussi que les élèves sachent la différence entre les segments de droite qui ont une simple intersection et les segments de droite qui se coupent au milieu.

Les droites, les demi-droites et les segments sont faits d'ensembles de points et sont droits et à une dimension. Leur seule dimension est la longueur.

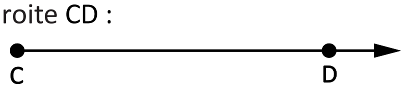
La *droite* est un ensemble de points qui s'étend à l'infini dans deux directions opposées.

Droite AB :



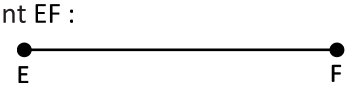
La *demi-droite* est un ensemble de points qui s'étend à l'infini dans une seule direction.

Demi-droite CD :



Le *segment* est un ensemble de points le long d'une droite, mais avec deux extrémités.

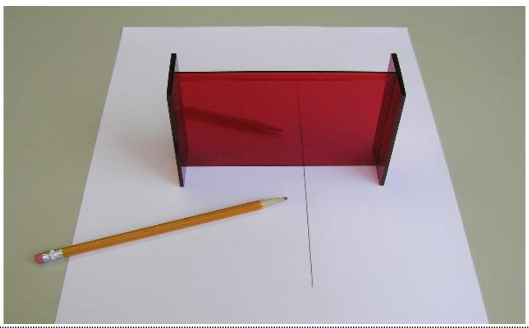
Segment EF :



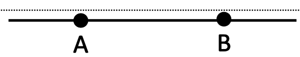
En mathématiques de 5e année et de 6e année, les élèves ont exploré les méthodes pour dessiner des **droites perpendiculaires** :

- *Méthode 1 : Utiliser un angle droit.* Dessine un segment à l'aide d'une règle non graduée. Place l'angle droite d'un triangle droite ou d'un carré sur le segment. Dessine un segment de l'autre côté de l’angle droit du triangle ou du carré. Comme ces segments se coupent à un angle de 90° ou forment un angle droit, ils sont perpendiculaires.

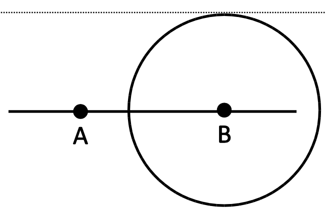
- *Méthode 2 : Utiliser un rapporteur.* Dessine un segment à l’aide d’une règle non graduée. Marque un point sur le segment. Aligne le point et le segment avec le base du rapporteur. Marque la mesure à 90°. Utilise une règle non graduée pour relier l’origine à la marque à 90°. Comme l’angle entre les deux segments est de 90°, ils sont perpendiculaires.
- *Méthode 3 : Utiliser un Mira.* Dessine un segment à l’aide d’une règle non graduée. Pose le Mira sur le segment et ajuste sa position jusqu'à ce que le reflet du segment devant le Mira s’aligne avec le segment derrière le Mira. Trace un segment le long du Mira. Ce segment est perpendiculaire au segment de départ parce que les angles à l’intersection sont des angles droits.



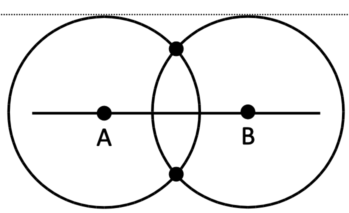
- *Méthode 4 : Utiliser du papier calque.* Dessine un segment à l’aide d’une règle non graduée. Replie soigneusement le papier pour que la partie du segment au dessus s’aligne directement avec la partie du segment en dessous. Quand les deux parties sont alignées, appuie pour le papier pour former un pli. Ouvre le papier et utilise une règle non graduée pour tracer le segment le long du pli. Les deux segments sont perpendiculaires parce que l’angle formé à l’intersection fait 90°.
- *Méthode 5 : Utiliser une règle non graduée et un compas.* Dessine un segment à l’aide d’une règle non graduée. Marque deux points quelconques sur le segment.



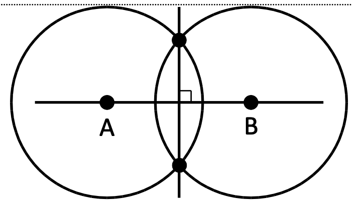
  – Utilise le compas pour tracer un cercle avec l’un des deux points comme centre et un rayon plus grand que la moitié de la distance entre les points.



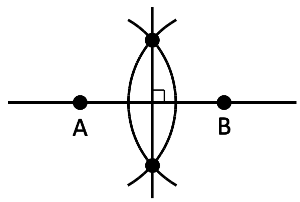
  – Utilise le compas pour tracer un deuxième cercle de même rayon, en utilisant comme centre l’autre point.



- Les cercles vont se couper en deux points. Utilise la règle non graduée pour relier ces deux points. L'angle entre le segment de départ et le segment ainsi obtenu fait 90°; par conséquent, les deux segments sont perpendiculaires.

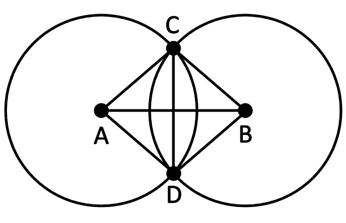


- Pour obtenir le segment perpendiculaire, il n'est pas nécessaire de tracer le cercle au complet. Un arc de cercle suffit.

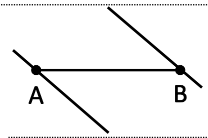


Mais l'utilisation de cercles montre bien que les segments allant des centres aux points utilisés pour former le segment perpendiculaire sont les rayons de cercles congruents et ont donc la même longueur.

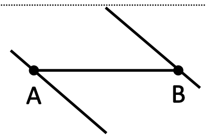
- Cette méthode pour tracer des segments perpendiculaires débouche en réalité sur la construction de **médiatrices**. Après avoir tracé les cercles, utilise les extrémités du segment AB comme centres des cercles. AC, CB, BD et DA sont des rayons congruents, de sorte que ACBD est un quadrilatère équilatéral. Par conséquent, ACBD doit être un rhombe, parce que les diagonales — dans ce cas-ci, AB et CD — sont médiatrices l'une de l'autre.



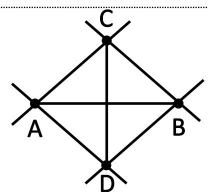
- On peut aussi construire une médiatrice en créant un rhombe autour d'un segment de droite. Ceci créera la médiatrice du segment, parce que les diagonales d'un rhombe sont médiatrices l'une de l'autre.
- Pose une règle non graduée sur un segment en formant un angle, avec les extrémités des côtés opposés de la règle. Ajuste la règle jusqu'à ce que chaque extrémité touche le côté de la règle. Trace des droites traversant les extrémités le long des deux côtés de la règle.



– Fais tourner la règle jusqu'à ce que l'extrémité qui se trouvait au-dessus de la droite se trouve désormais en dessous et que l'extrémité qui était en dessous se trouve désormais au-dessus. Encore une fois, ajuste la règle pour que chaque extrémité touche le côté de la règle et trace des droites des deux côtés de la règle.



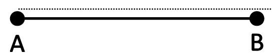
– Enlève la règle. Les droites qui se coupent forment un rhombe. Les diagonales du rhombe sont des médiatrices.



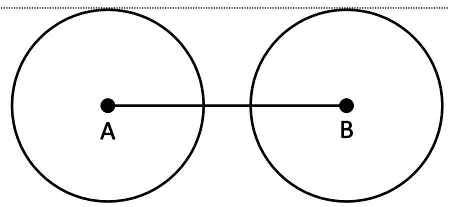
Méthodes pour créer des **segments de droite parallèles** :

- Trace des lignes des deux côtés d'une règle.
- Les diagonales d'un rectangle ont la même longueur et se coupent en leur milieu. Si les diagonales sont reliées au centre pour former un « X », les quatre bras du « X » sont congruents. Utilise deux pailles (ou Geo-Strips, bandes de carton, bâtonnets, etc.) pour représenter les diagonales. Marque le milieu de chacune et attache-les avec une épingle. Pose le « X » ainsi formé sur une feuille de papier. Relie les extrémités de deux des bras du « X » à l'aide d'une règle et trace un segment de droite. Marque les extrémités des deux bras restants du « X » et relie les points à l'aide d'une règle. Tu obtiens alors deux segments parallèles. Tu peux faire tourner les bras du « X » pour ajuster la distance entre les segments parallèles.
- Pose une règle non graduée sur une feuille. Place la base d'un triangle à angle droit ou d'un autre type de coin carré sur la règle. Trace le côté qui crée un segment perpendiculaire à la base. Sans bouger la règle elle-même, fais glisser l'angle droite sur la règle à un autre endroit quelconque et trace à nouveau le même côté de l'angle. Les segments ainsi tracés sont tous parallèles.
- Trace un segment de droite. Relie des points qui sont à 90° et équidistants du segment. Utilise un angle droit ou un rapporteur pour tracer deux droites perpendiculaires au segment de départ. Mesure et marque la même distance sur chaque droite perpendiculaire. Relie les marques pour créer un segment parallèle. Les droites perpendiculaires sont également parallèles.
- Utilise un Mira pour tracer un segment de droite. Utilise ensuite le Mira pour tracer des droites perpendiculaires en t'assurant que le segment de départ est aligné avec son reflet dans le Mira. Les droites perpendiculaires sont toutes parallèles.

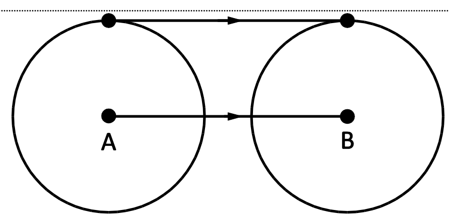
- Plie une feuille de papier soigneusement de façon à ce que les coins se superposent. Plie à nouveau la feuille dans la même direction. Marque bien les plis. Ouvre la feuille et trace, à l'aide d'une règle, des segments le long des plis. Les segments ainsi obtenus seront parallèles.
- Utilise un compas et une règle non graduée.
  - Dessine un segment AB.



  - Utilise un compas pour tracer un cercle autour du point A et un cercle autour du point B de même rayon.

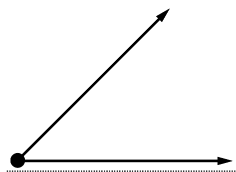


  - Marque les points les plus hauts (ou les plus bas) de chaque cercle et relie-les d'une ligne. Cette ligne sera parallèle au segment de départ AB.

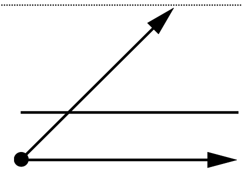


- Méthode pour produire des **bissectrices d'angles** :
  - Utilise un rapporteur.
    - > Utilise un rapporteur pour mesurer l'angle de départ.
    - > Divise la mesure par deux.
    - > Utilise le rapporteur pour marquer la nouvelle mesure et tracer la bissectrice.
  - Utilise du papier calque.
    - > Copie l'angle sur du papier calque.
    - > Plie le papier pour que les deux demi-droites de départ soient superposées.
    - > Appuie bien sur le papier pour faire un pli.
    - > Ouvre le papier et utilise une règle non graduée pour tracer une ligne le long du pli.
  - Utilise un Mira.
    - > Place le Mira pour qu'une partie de sa longueur couvre le sommet de l'angle.
    - > Ajuste l'angle du Mira jusqu'à ce que le reflet de chacune des demi-droites de l'angle recouvre l'autre.
    - > Trace une droite le long du bord du Mira.
  - Utilise une règle non graduée.

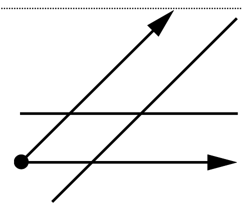
> Aligne les bords de la règle le long d'une des demi-droites de l'angle de façon à ce que la règle soit « à l'intérieur » de l'angle.



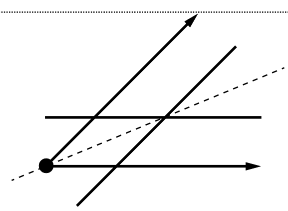
> Trace le côté de la règle qui n'est pas sur l'angle.



> Trace le côté de la règle pour l'autre demi-droite.

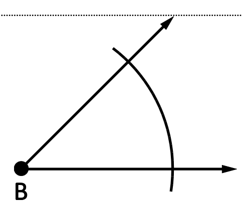


> Relie le sommet de l'angle à l'intersection des droites que tu viens de tracer.



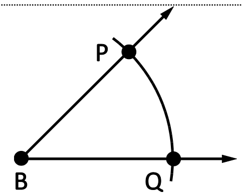
– Utilise un compas et une règle non graduée.

> Place la pointe du compas sur le sommet de l'angle et dessine un arc de cercle entre les deux demi-droites.

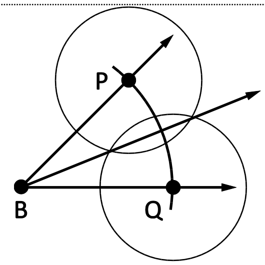


> Place la pointe du compas sur l'un des points d'intersection et dessine un cercle ou un arc de cercle autour de la zone centrale de l'angle. En gardant le même rayon de cercle, dessine un cercle autour de l'autre point où le premier arc coupe l'autre demi-droite. Il n'est pas

nécessaire de tracer des cercles complets, seulement l'intersection des arcs du cercle à l'endroit approximatif où la bissectrice se trouvera.



> Utilise la règle pour relier l'intersection des deux cercles au sommet de l'angle.



Encouragez les élèves à faire un travail de réflexion critique et de commentaire sur les idées échangées en classe. Ils peuvent indiquer les idées avec lesquelles ils sont d'accord, exprimer leur appréciation des explications des idées, poser des questions de type « pourquoi » et « comment » ou faire des suggestions ou offrir un autre type d'appui pour une idée donnée.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut utiliser des tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

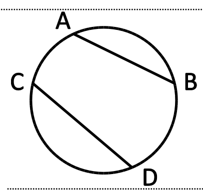
- À partir de diverses figures à 2D, dites aux élèves de mettre en évidence des côtés parallèles, perpendiculaires et qui se coupent. Observez les élèves pour voir s'ils utilisent la bonne terminologie de la géométrie dans leurs descriptions.
- Demandez aux élèves de trouver un bloc-forme ou un Power Polygon qui illustre :
  - côtés parallèles et aucun angle droit
  - côtés parallèles et angles droits
- Dites aux élèves de représenter des droites parallèles ou perpendiculaires ou divers angles, y compris un angle droit, avec des articles comme des Geo-Strips, des cure-dents ou des pailles. Voici quelques suggestions :
  - côtés parallèles et aucun angle droit
  - parallèles l'un à l'autre
  - qui se coupent

- perpendiculaires à une extrémité d'une paille
- perpendiculaires aux extrémités de chaque paille
- une paille perpendiculaire à l'autre paille, mais pas à ses extrémités

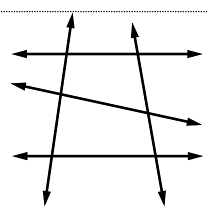
TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Dessine un segment de droite faisant environ 10 cm. Construis la médiatrice de ce segment et explique ta méthode.
- Dessine un angle aigu. Construis la bissectrice de l'angle. Explique ta méthode.
- Construis les médiatrices des segments AB et CD. (Ces médiatrices, si elles sont bien faites, devraient se rejoindre au centre du cercle.)



- Explique la différence entre une médiane et une médiatrice.
- Décris une situation dans lesquelles la bissectrice d'un angle et la médiatrice d'un segment sont la même chose.
- Dessine un segment de droite faisant environ 10 cm et construis un segment de droite parallèle. Explique ta méthode.
- Mets en évidence les droites parallèles dans le schéma suivant.



- Définis ce qu'est une **médiatrice** et explique la différence entre une médiatrice et un segment de droite perpendiculaire.
- Fais un projet comme le suivant :
  - Reproduis le plan d'une installation sportive (terrain, patinoire, etc.).
  - Dessine une carte pour une communauté, un champ de foire, un campus d'école ou un terrain de camping. Conçois ta carte pour que les services importants soient équidistants de points stratégiques dans le secteur.
  - Conçois une clôture, un treillis, un patron de tissu ou une œuvre d'art avec un certain nombre de droites perpendiculaires (cercles ou demi-cercles, droites parallèles, droites perpendiculaires, médiatrices et bissectrices).

- Utilise ce que tu as appris sur les angles, les droites parallèles et perpendiculaires, les médiatrices et les bissectrices pour créer ton propre projet. Prépare un rapport sur les types de droites inclus dans le projet et ce que tu as fait pour créer les droites.

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Apprendre aux élèves à construire des médiatrices de segments et des bissectrices d'angles à l'aide de diverses méthodes : plier des feuilles de papier, utiliser des Miras, utiliser des compas, etc.
- Dire aux élèves de s'exercer à dessiner des segments de droite perpendiculaires et parallèles. Leur demander ensuite de noter dans leur journal personnel leurs commentaires sur la méthode qu'ils préfèrent, sur la méthode qui est selon eux la plus précise et sur les applications auxquelles chaque méthode est la mieux adaptée.
- Discuter des situations dans lesquelles et des raisons pour lesquelles on utilise une médiatrice. On utilise, par exemple, une médiatrice pour trouver le meilleur endroit où mettre un appui pour une poutre, pour trouver la division dans un dessin, un concept ou un édifice à partir de laquelle on pourra donner au tout une symétrie formelle, pour diviser un terrain en parts égales ou pour trouver une droite qui se situe à la même distance de deux points différents. Cette dernière application est importante dans divers contextes : urbanisme, choix d'un lieu de rencontre, mise sur pied d'un stand de limonade, etc.
- Dire aux élèves de s'exercer à utiliser diverses méthodes de création de médiatrices. Les élèves peuvent créer leurs propres médiatrices individuellement ou créer des médiatrices pour leur partenaire ou selon ce que demande l'enseignant. Une fois que les élèves se sont suffisamment exercés, leur demander de noter dans leur journal personnel leurs commentaires sur la méthode qu'ils préfèrent, sur la méthode qui est selon eux la plus précise ou la plus utile, les applications des différentes méthodes, etc.
- Dire aux élèves de s'exercer à tracer des segments parallèles de différentes longueurs ou à différentes distances. On peut déterminer la longueur ou la distance à l'aide d'un cube numérique lancé par l'enseignant ou en suivant les instructions de son partenaire ou de l'enseignant. Une fois que les élèves ont essayé plusieurs méthodes pour dessiner des segments parallèles selon des instructions, ils peuvent choisir la méthode qu'ils préfèrent et la noter dans leur journal personnel.
- Demander aux élèves d'expliquer ce qu'est la bissectrice d'un angle et comment s'y prendre pour voir si une droite donnée coupe bien un angle en deux parties égales.
- Dire aux élèves de s'exercer à dessiner des bissectrices d'angles. Fournir aux élèves des angles ou des mesures d'angles pour lesquelles ils pourront créer des bissectrices ou laissez-les choisir leurs propres mesures. Demander aux élèves d'indiquer la méthode qu'ils préfèrent pour couper les angles en deux, de justifier leur choix et de le noter dans leur journal personnel. Différenciation : Fournir aux élèves une feuille décrivant et illustrant les méthodes pour créer une bissectrice d'angle, ainsi qu'un compas et des modèles pour les élèves qui pourraient en avoir besoin.
- Dire aux élèves d'utiliser des logiciels de géométrie pour s'exercer et explorer les bissectrices d'angles pour différentes figures.
- Assembler des trousses de géométrie pour les élèves avec des rapporteurs, des règles, des compas, des angles droits, des carrés, des Miras, du papier calque, etc.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Trouve des exemples de droites parallèles et perpendiculaires dans la vie de tous les jours. Exemples :
  - Droites parallèles :
    - côtés opposés des cadres de tableaux
    - rails du chemin de fer ou de montagnes russes
    - lignes sur du papier quadrillé
    - rangées de bardeaux sur le mur extérieur d'une maison
    - lignes de latitude
    - cordes de guitare
  - Droites perpendiculaires :
    - rails de chemin de fer et traverses
    - poteaux de clôture et traverses
    - stops à quatre voies
    - lignes de latitude et de longitude sur une carte
    - mur et étagère
- Écris les lettres majuscules de l'alphabet qui utilisent uniquement des segments de droite. Trouve des exemples de médianes, de segments perpendiculaires et de médiatrices.
- Dresse la liste d'autant d'exemples de droites parallèles que tu pourras trouver dans la salle de classe en deux minutes. Au bout des deux minutes, transmets ta liste à un autre élève. Chaque élève lit tour à tour un exemple de la liste qu'il a entre les mains. Tous ceux qui ont le même exemple dans leur liste le rayent. À la fin, la liste qui contient le plus d'exemples non rayés gagne. (On met les élèves par deux pour cette activité.) Refaites l'activité pour les droites perpendiculaires.
- Trace une droite qui n'est ni verticale ni horizontale. À l'aide de la méthode de ton choix, trace ensuite une deuxième droite parallèle à la première. Répète l'activité pour les droites perpendiculaires.
- Réfléchis à des figures à 2D (à l'exclusion des quadrilatères) qui ont des côtés parallèles. Inclus des schémas illustrant ta réflexion.
- Réponds aux questions suivantes :
  - Est-ce qu'on peut avoir deux droites qui sont à la fois perpendiculaires et parallèles?
  - Est-ce qu'une droite peut avoir plus d'une droite qui lui est parallèle?
  - Explique ton raisonnement. Fournis des exemples.
- Crée une œuvre d'art composée de droites et d'angles de couleur (en s'inspirant peut-être des œuvres de quelqu'un comme Piet Mondrian), en nommant les points. Crée une légende pour ton œuvre qui indique les droites parallèles et perpendiculaires. L'enseignant pourra afficher les œuvres avec leur légende.
- Construis une figure d'origami, déplie-la, trace les lignes et indique les droites parallèles et perpendiculaires parmi les plis.
- Utilise des articles comme des Geo-Strips, des cure-dents ou des pailles pour créer ce qui suit :
  - une paille coupant en deux parties égales l'autre paille sans qu'elles soient perpendiculaires;
  - chaque paille coupant en deux parties égales l'autre paille sans être perpendiculaire;
  - une paille coupant en deux parties égales l'autre paille et perpendiculaire;

  - chaque paille coupant en deux parties égales l'autre paille et perpendiculaire.
- Fournissez aux élèves un schéma représentant des droites reliées entre elles, avec lequel ils joueront à un jeu avec leur partenaire. Chaque élève choisit une couleur différente de surligneur ou de crayon de couleur claire. Les élèves décident si les nombres pairs et impairs sur un cube numérique représenteront des droites parallèles ou perpendiculaires. Les élèves lancent le cube à tour de rôle et tracent soit deux droites parallèles soit deux droites perpendiculaires dans leur propre couleur. Lorsqu'un élève ne trouve pas d'ensemble de droites correspondant, il doit passer son tour. C'est le joueur qui a le plus grand nombre d'ensembles de droites qui gagne.
- Mets en évidence des droites parallèles et des droites perpendiculaires dans des photographies (en les indiquant sur du papier ou à l'aide d'une application d'annotation / de présentation). Crée un système avec des symboles pour indiquer ces droites.
- Explore l'art de dessiner des médiatrices pour les différents côtés d'un triangle. Dessine un cercle en utilisant le point d'intersection des médiatrices comme centre et la distance entre le centre et un des sommets du triangle comme rayon. Poursuis cette exploration pour divers triangles, parallélogrammes ou autres polygones.
- Créez un mur de graffiti. Sur une note autocollante, chacun rédige un exemple dans l'environnement soit de paire de droites parallèles, soit de paire de droites perpendiculaires, soit de médiatrice, soit de bissectrice d'angle. Chacun met sa note au mur. Chacun choisit ensuite une note autre que la sienne et détermine de quelle catégorie elle relève. Il la place ensuite dans la section appropriée : droites parallèles, droites perpendiculaires, médiatrices ou bissectrices.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- compas
- logiciel comme Geometer's Sketchpad
- géoplans numériques
- papier à points / quadrillé
- géoplans
- Geo-Strips
- Miras
- règle non graduée
- papier calque

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ angle ▪ arc ▪ bissectrice ▪ bissectrice d'angle ▪ construire ▪ couper en deux ▪ croquis ▪ demi-droite ▪ dessiner ▪ droite ▪ droites parallèles ▪ droites perpendiculaires ▪ intersection de droites ▪ médiatrice ▪ parallèle ▪ perpendiculaire ▪ segment	▪ angle ▪ arc ▪ bissectrice ▪ bissectrice d'angle ▪ construire ▪ couper en deux ▪ croquis ▪ demi-droite ▪ dessiner ▪ droite ▪ droites parallèles ▪ droites perpendiculaires ▪ intersection de droites ▪ médiatrice ▪ parallèle ▪ perpendiculaire ▪ segment

Ressources/Notes

Imprimé

Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Module 8 – La géométrie (n° NSSBB : 2001640)
  - Section 8.1 – Les droites parallèles
  - Section 8.2 – Les droites perpendiculaires
  - Section 8.3 – Tracer la médiatrice d'un segment de droite
  - Section 8.4 – Tracer la bissectrice d'un angle
  - Problème du module : Concevoir une pochette
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001641)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

RAS G02 : On s'attend à ce que les élèves situent et tracent des points dans les quatre quadrants d'un plan cartésien, à partir de coordonnées qui sont des paires ordonnées de nombres entiers. [C, L, V]			
[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CM]** Calcul mental et estimations

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

G02.01 Annoter les axes d'un plan cartésien à quatre quadrants et indiquer l'origine.
G02.02 Indiquer l'emplacement d'un point donné dans n'importe lequel des quadrants d'un plan cartésien, à partir d'une paire ordonnée de nombres entiers.
G02.03 Tracer un point donné à partir d'une paire ordonnée de nombres entiers dans un plan cartésien dont les axes ont des intervalles de 1, 2, 5 ou 10 unités.
G02.04 Tracer des motifs ou des figures dans un plan cartésien à partir d'une liste donnée de paires ordonnées de nombres entiers
G02.05 Créer des motifs ou des figures dans n'importe lequel des quadrants d'un plan cartésien et indiquer les points utilisés pour produire les motifs et les figures.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 6	**Mathématiques 7**	**Mathématiques 8**
G05 On s'attend à ce que les élèves sachent identifier et tracer des points dans le premier quadrant d'un plan cartésien dont les paires ordonnées sont composées de nombres naturels.	**G02 :** On s'attend à ce que les élèves situent et tracent des points dans les quatre quadrants d'un plan cartésien, à partir de coordonnées qui sont des paires ordonnées de nombres entiers.	**RR01** On s'attend à ce que les élèves fassent la représentation graphique et l'analyse de relations linéaires à deux variables. **G02** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la congruence de polygones subissant une transformation.

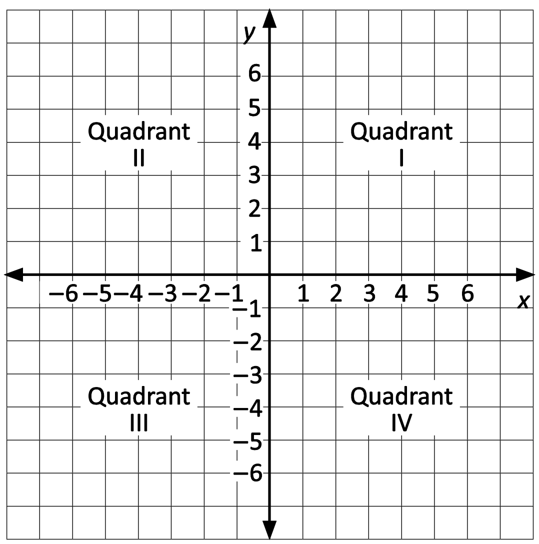
Contexte

En mathématiques de 6e année (G02), on a présenté aux élèves le plan cartésien. Ils ont appris à mettre en évidence et à représenter des paires ordonnées de nombres entiers et dessiné des figures et des structures en se limitant au premier quadrant. Les activités faisant intervenir des droites de nombres entiers verticales et horizontales en mathématiques de 6e année et en mathématiques de 7e année ont préparé les élèves à l'élargissement de leurs compétences dans l'utilisation d'un plan cartésien aux quatre quadrants du plan. Les élèves devraient déjà connaitre les principaux termes, comme plan de coordonnées, paires ordonnées, origine, axe des abscisses, axe des ordonnées, abscisses et ordonnées. Il est important de continuer d'utiliser la terminologie appropriée. Chacun des indicateurs de rendement associés à ce résultat d'apprentissage a été abordé antérieurement en mathématiques de 6e année, en se restreignant toutefois au premier quadrant. La représentation exacte de paires ordonnées sur le plan cartésien est une compétence importante pour effectuer et décrire les transformations dans le cadre du résultat d'apprentissage G03 de 7e année et pour la représentation graphique dans le module sur les régularités et les relations.

Il faudrait que les élèves représentent des points dans les quatre quadrants du plan cartésien. Chaque paire ordonnée d'entiers relatifs représente une position donnée dans le plan cartésien à quatre quadrants. L'échelle des axes sera déterminée en fonction de l'ordre de grandeur des coordonnées. Il faudrait exposer les élèves à diverses échelles, y compris avec des intervalles de 1, de 2, de 5 et de 10.

L'axe horizontal dans le plan cartésien s'appelle l'axe des abscisses et l'axe vertical s'appelle l'axe des ordonnées. Le point (0, 0) est appelé l'origine. L'échelle est choisie en fonction des nombres à représenter dans la situation. Les quatre principaux secteurs du plan sont appelés quadrants. Ils sont numérotés de 1 à 4 (souvent à l'aide des chiffres romains I à IV) dans l'ordre inverse de celui des aiguilles d'une montre, en commençant par le quadrant des coordonnées positives.

Les élèves font souvent l'erreur d'inverser l'ordre des abscisses et des ordonnées. Pour éviter cette erreur, il est recommandé aux élèves de bien indiquer dans le plan cartésien l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées avec x et y.



Parmi les situations qu'on peut modéliser sous la forme de graphiques dans les quatre quadrants du plan cartésien, on trouve :

- les températures quotidiennes maximale et minimale pour différents jours;
- des relations mathématiques (un nombre par opposition à son double, par exemple);
- des emplacements (par exemple, les quartiers nord, sud, est et ouest d'une ville par rapport à son centre).

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut utiliser des tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Demandez aux élèves de représenter des points sur des grilles à différentes échelles (intervalles de 1, de 2, de 5 et de 10).
- Dites aux élèves de créer des figures où il faut relier les points dans une grille de coordonnées, afin de leur apprendre à localiser les coordonnées. Une fois qu'ils ont dessiné leurs figures, ils dressent la liste des coordonnées dans l'ordre dans lequel les points sont reliés. On peut donner alors la liste de coordonnées à un autre élève qui peut s'en servir pour recréer la figure.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Représente les points suivants dans une grille : A (–3, 2), B (1, 2), C (–3, –2). Détermine les coordonnées d'un quatrième point (D) pour créer un carré ABCD en reliant les quatre points.
- Détermine une échelle appropriée pour la grille en vue de représenter les points suivants : (–35, 30), (15, 30), (–20, –20) et (30, –20). Crée la grille et représente les points. Explique pourquoi tu as choisi cette échelle.
- Représente les points A : (–2, 4) et B : (3, 4). Rejoins les points pour créer le segment de droite AB. Quelle est la distance entre A et B?
- Écris les coordonnées pour dessiner une figure simple. Échange tes coordonnées avec celles d'un camarade pour voir s'il est capable de suivre tes instructions pour reproduire la figure que tu as imaginée.

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

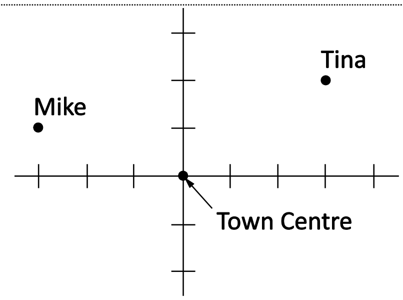
ENVISAGEZ LES STRATÉGIES SUIVANTES LORS DE LA PRÉPARATION DE VOS LEÇONS.

- Utiliser quatre géoplans reliés ensemble pour représenter les quatre quadrants.
- Fournir aux élèves divers points susceptibles d'exiger d'eux qu'ils changent l'échelle de la grille des coordonnées. Par exemple, (–35, 40) exigerait des élèves qu'ils utilisent une échelle par sauts de 5 ou de 10 au lieu de 1.
- Créer une grille au sol où les élèves pourront se déplacer physiquement pour se placer aux coordonnées indiquées. Vous pouvez intégrer le plan cartésien dans l'étude de la géographie en utilisant les coordonnées dans une carte du monde. L'équateur peut être représenté par l'axe des abscisses et la ligne de longitude 0° par l'axe des ordonnées. Demander aux élèves d'utiliser la carte pour déterminer le nombre de degrés (à la fois par rapport à l'axe des abscisses et à l'axe des ordonnées) entre deux villes. On peut déterminer des coordonnées avec n'importe quel type de

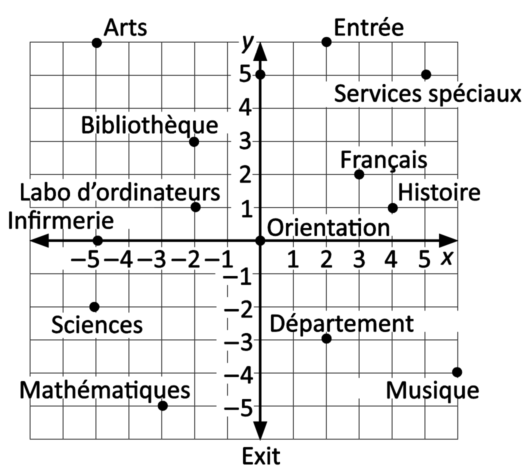
carte. Vous pouvez, par exemple, utiliser une carte routière ou une carte topologique de la zone autour de votre école ou communauté.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Montrez une carte (un graphique) comme celle ci-dessous. À combien de pâtés de maisons au nord du centre-ville Tina vit-elle? À combien de pâtés de maisons à l'est? Écris l'emplacement de Mike sous la forme d'une paire ordonnée.

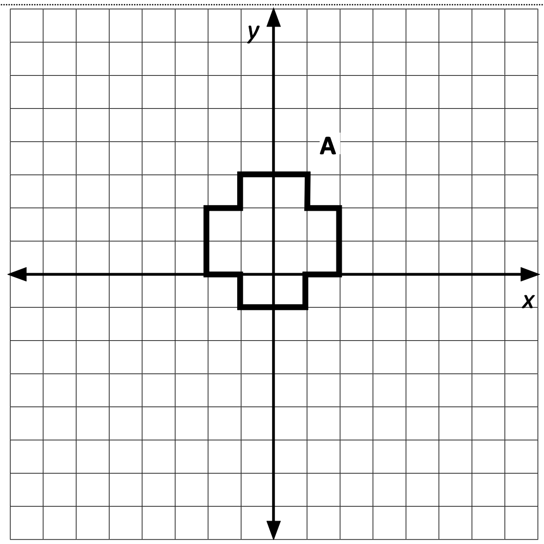


- Représente 10 points dans le quadrant 1 pour lesquels la différence entre la première coordonnée et la deuxième est de 3. Ceci créera une droite. Trouve des paires ordonnées avec une ou plusieurs coordonnées négatives qui se trouvent sur cette droite.
- Représente 10 points dont la première coordonnée est l'opposé de la seconde — par exemple, (5, –5). Décris le motif ainsi formé et explique pourquoi tu aurais pu t'attendre à un tel motif.
- Représente 10 points dans un plan cartésien. Mettez-vous par deux et tentez, chacun à votre tour, de trouver les points de l'autre, comme dans le jeu de bataille navale.
- Crée des dessins utilisant l'ensemble des quatre quadrants de la grille des coordonnées. Chaque élève fournit aux autres élèves la liste des sommets, dans l'ordre, pour chaque dessin créé. Les autres élèves recréent ensuite le dessin en question.
- Fais des recherches sur les raisons pour lesquelles les plans de coordonnées sont souvent appelés *plans cartésiens*. Rédige un bref paragraphe expliquant tes résultats.
- Utilise le plan de coordonnées ci-dessous pour répondre aux questions qui suivent. Ce plan représente une carte des salles dans une école secondaire de premier cycle.



- Jessica est dans la salle située à (5, 5). Quand quelle salle se trouve-t-elle? Décris en mots comment se rendre de là à l'infirmerie.
- Le prochain cours de Jessica est à 8 unités à droite et 2 unités vers le haut dans la carte par rapport à l'infirmerie. Dans quelle salle se trouve le prochain cours de Jessica? Trouve la paire ordonnée représentant l'emplacement de cette salle.
- Lucas est dans la salle de musique, mais son prochain cours est à la bibliothèque. Donne à Lucas des instructions pour se rendre à la bibliothèque.

- Réponds à des questions semblables aux suivantes : Étant donné des ensembles de points avec des paires ordonnées, comme A(1, 3), B(–1, 3), C(–1, 2), D(–2, 2), E(–2, –1), F(2, –1), G(2, 2) et H(1, 2), représente-les dans un plan de coordonnées et relie ces points pour créer une figure.
- À partir de figures dessinées dans un plan de coordonnées, indique l'emplacement des sommets.



- Crée une figure simple, comme un polygone, dans le quadrant I d'un plan de coordonnées. Utilise ensuite la figure pour produire une liste de paires ordonnées. Échange ta liste avec celle d'un partenaire, dessine les points de la liste de ton partenaire et relie les points dans l'ordre donné pour créer le polygone. Chaque partenaire vérifie le travail de l'autre.
- Crée tes propres structures sur du papier quadrillé et dresse la liste des paires ordonnées. Si tu as besoin d'aide, utilise des blocs-formes pour construire une structure et trace-la ensuite sur du papier quadrillé. Le site Web *PlottingCoordinates.com* a une section intitulée « CoordinArt News » (www.plottingcoordinates.com/coordinartnews.html) qui présente des dessins de coordonnées et une galerie d'images achevées par des élèves.
- Pour chaque ensemble de paires ordonnées ci-dessous, choisis une échelle appropriée et annote l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées. Représente les paires ordonnées, nomme les points et relie les points dans l'ordre, puis finis en reliant le dernier point au premier. Indique le ou les quadrants dans lequel se trouve la figure.
  - A(5, 5) B(3, 5) C(3, 3) D(5, 3) La figure se trouve dans le ou les quadrants ________
  - A(–6, 8) B(–9, 3) C(1, 3) D(4, 8) La figure se trouve dans le ou les quadrants ________
  - A(10, 12) B(–15, –8) C(22, –22) La figure se trouve dans le ou les quadrants ________
  - A(–30, –25) B(25, 40) C(–30, 40) La figure se trouve dans le ou les quadrants ________

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- géoplans
- papier millimétré
- cartes

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ axe des abscisses ▪ axe des ordonnées ▪ axes ▪ coordonnées ▪ origine ▪ paire ordonnée ▪ plan cartésien	▪ axe des abscisses ▪ axe des ordonnées ▪ axes ▪ coordonnées ▪ origine ▪ paire ordonnée ▪ plan cartésien

Ressources

Imprimé

Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Module 8 – La géométrie (n° NSSBB : 2001640)
  - > Section 8.5 – Le plan cartésien
  - > Section 8.6 – Les translations et les réflexions dans un plan cartésien
  - > Section 8.7 – Les rotations dans un plan cartésien
  - > Problème du module : Concevoir une pochette
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001641)
  - > fiches d'évaluation
  - > exercices supplémentaires
  - > tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001641)
  - > pages du manuel de l'élève pour projection
  - > matériel reproductible modifiable

Internet

- « Welcome to Graph Mole », *FunBased Learning* (Dun, 2007) : http://funbasedlearning.com/algebra/graphing/points2
- « Coordinate Plane Game », *Math-Play.com* (Popovici, 2015) : www.math-play.com/coordinate-plane-game.html
- « CoordinArt News », *PlottingCoordinates.com* (PlottingCoordinates.com, 2010) : www.plottingcoordinates.com/coordinartnews.html

RAS G03 : On s'attend à ce que les élèves effectuent et décrivent des transformations (translations, rotations, réflexions) d'une figure à deux dimensions dans les quatre quadrants d'un plan cartésien (en se limitant à des sommets dont les coordonnées sont des nombres entiers). [C, L, RP, T, V]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

G03.01 Indiquer les coordonnées des sommets d'une figure à deux dimensions donnée dans un plan cartésien.
G03.02 Décrire le déplacement horizontal et vertical nécessaire pour aller d'un point à un autre dans un plan cartésien.
G03.03 Décrire le ou les changements de position de chacun des sommets d'une figure à deux dimensions donnée à la suite d'une transformation ou d'une succession de transformations dans un plan cartésien.
G03.04 Déterminer la distance horizontale et verticale entre deux points situés dans n'importe lequel des quatre quadrants d'un plan cartésien.
G03.05 Effectuer une transformation ou des transformations consécutives sur une figure à deux dimensions et mettre en évidence les coordonnées des sommets de l'image.
G03.06 Décrire le déplacement des sommets d'une figure à deux dimensions par rapport aux sommets de l'image comme le résultat d'une transformation ou d'une combinaison de transformations successives.
G03.07 Décrire l'image obtenue après la transformation d'une figure à deux dimensions donnée dans un plan cartésien en indiquant les coordonnées des sommets de l'image.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 6	**Mathématiques 7**	**Mathématiques 8**
G03 On s'attend à ce que les élèves sachent effectuer une combinaison de translation(s), de rotation(s) et (ou) de réflexion(s) d'une seule figure à deux dimensions, avec et sans l'aide de la technologie, en dessiner l'image obtenue et la décrire. **G04** On s'attend à ce que les élèves sachent effectuer une combinaison de transformations successives appliquées à des figures à deux dimensions pour créer un motif, puis identifier et décrire les transformations qui ont été effectuées. **G06** On s'attend à ce que les élèves sachent effectuer et décrire une seule transformation d'une figure à deux	**G03** : On s'attend à ce que les élèves effectuent et décrivent des transformations (translations, rotations, réflexions) d'une figure à deux dimensions dans les quatre quadrants d'un plan cartésien (en se limitant à des sommets dont les coordonnées sont des nombres entiers).	**G02** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la congruence de polygones subissant une transformation.

dimensions dans le premier quadrant d'un plan cartésien (se limitant à des sommets dont les coordonnées sont des nombres naturels).		

Contexte

Les élèves ont étudié la géométrie des transformations au cours des niveaux scolaires précédents. Ils ont utilisé les termes informels de glissement, renversement, tour, etc. dans le cadre du résultat d'apprentissage G04 en 2e année, mais on leur a présenté le langage mathématique formel par la suite, dans le cadre du résultat d'apprentissage G04 de 5e année. Lorsque les élèves ont commencé à étudier ces transformations, ils ont travaillé sur des figures concrètes sur une surface plane. En mathématiques de 5e année, les élèves ont travaillé sur une seule transformation (G03, G04). En mathématiques de 6e année, on a prolongé leur apprentissage avec une combinaison de transformations (G03, G04). Ils ont également travaillé sur une seule transformation dans le premier quadrant du plan cartésien (G06).

Dans les translations, les réflexions et les rotations, les figures et leurs images sont congruentes, mais leur orientation dans le plan ou leur emplacement dans le plan peut changer, selon la figure et selon le type de transformation. Ces transformations qui préservent la taille et la forme sont appelées des isométries (du grec iso- signifiant « même » et métrie signifiant « mesure »). On étudie les transformations avec des figures à 2D, appelées originaux, et les figures obtenues après transformation sont appelées images. On nomme les originaux d'après leurs sommets (ABC) et les images portent un nom dérivé (A′B′C′), qui se lit « A prime, B prime, C prime », etc. L'image d'une image suit le même principe (A′′B′′C′′), qui se lit « A double prime, B double prime, C double prime », etc. On nomme les sommets va dans le sens des aiguilles d'une montre après avoir indiqué le premier sommet.

En mathématiques de 7e année, les élèves élargissent leurs compétences avec l'application de transformations dans les quatre quadrants du plan cartésien. Les élèves rencontrent régulièrement des transformations à 2D représentées dans des motifs et dans des graphiques informatiques. Ces transformations sont manifestes dans les logos, les motifs des tissus, les motifs de frises, la tapisserie, l'architecture, l'aménagement paysager, etc. On peut utiliser les transformations pour créer des symétries intéressantes. En outre, les transformations à 2D dans les plans cartésiens peuvent servir à représenter des mouvements physiques sur un simple plan (actions dans un sport, animations dans une foire, circulation routière, etc.). Dans les films, les animations sont créées à l'aide de la géométrie des mouvements. Vous trouverez des exemples en ligne. Les activités d'apprentissage suggérées pour le résultat d'apprentissage G03 aideront les élèves à développer leur compréhension et leur appréciation des transformations qui existent dans le monde qui les entoure, à améliorer leurs compétences en résolution de problèmes et leur sens spatial et à se préparer à la poursuite de leurs études en algèbre et en géométrie.

On peut décrire les changements liés aux transformations en décrivant le type de transformation, les changements d'orientation ou de position des sommets de la figure, le mouvement horizontal et vertical ou les nouvelles coordonnées des sommets de l'image ou encore en indiquant le changement dans les coordonnées entre l'original et son image. Lors de la description de transformations, il faudrait que les élèves sachent déterminer s'il s'agit d'une réflexion, d'une translation, d'une rotation ou d'une combinaison de ces transformations. En outre, quand on leur donne un original et une image, ils devraient être capables de décrire :

- une translation, en utilisant les mots et la notation pour la décrire (p. ex., ΔA′B′C′ est l'image par translation de ΔABC) (Quand on leur donne un original, les élèves devraient être capables de dire, par exemple, que ΔABC a subi une translation de 2 unités vers la droite et de 3 unités vers le haut pour produire son image ΔA′B′C′. Continuez de rappeler aux élèves qu'il faut qu'ils décrivent le changement horizontal en premier et le changement vertical en deuxième.)

- une réflexion, en déterminant l'emplacement de l'axe de réflexion (Il convient de se limiter à l'utilisation de l'axe des abscisses et de l'axe des ordonnées comme axe de réflexion. Lors de la description de la réflexion, il faut dire « une réflexion par rapport à l'axe des abscisses » et non « une réflexion à travers l'axe des abscisses ».)
- une rotation, en utilisant des mesures en degrés ou en fractions de tour, tant dans le sens que dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, et d'indiquer l'emplacement du centre de la rotation (Le centre de la rotation peut se situer dans l'original — un de ses sommets, par exemple — ou en dehors.)

On définit les transformations successives comme étant la même transformation appliquée plus d'une fois. Cela signifie que la transformation est tout d'abord appliquée à l'original pour former l'image1 puis que la même transformation est appliquée à l'image1 pour former l'image2. On utilise pour chaque image la notation avec prime et double prime.

Les transformations consécutives utilisent le même principe que les transformations successives, mais avec plusieurs transformations différentes. Si on a une réflexion de A(2, –2) par rapport à l'axe des abscisses, par exemple, l'image est A′(2, 2). Si on a ensuite une translation de A′ de 4 unités vers la gauche et de 2 unités vers le haut, on obtient A′′(–2, 4).

Le terme utilisé pour décrire les transformations consécutives ou successives est suivie de. Dans l'exemple ci-dessus, avec A(2,-2), la question à poser aux élèves est : « Quelle est l'image obtenue quand A(2,-2) subit une réflexion par rapport à l'axe des abscisses suivie d'une translation de 4 unités vers la gauche et de 2 unités vers le haut? » Les élèves font couramment l'erreur d'appliquer les deux transformations à l'original. Avec le terme suivie de, vous aiderez les élèves à utiliser la bonne image pour la deuxième transformation.

Il faudrait que les élèves soient capables de décrire le changement simple de position qui relie l'original directement à l'image2. Dans cet exemple, la transformation simple qui passe de A à A′′ est une translation de 4 unités vers la gauche et de 6 unités vers le haut. Il faudrait aussi que les élèves soient capables de décrire le changement simple de position en comparant les sommets de l'original aux sommets correspondants dans l'image de fin.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

ON PEUT UTILISER DES TÂCHES COMME LES SUIVANTES POUR DÉTERMINER LES CONNAISSANCES PRÉALABLES DES ÉLÈVES.

TOUTES LES TÂCHES QUI SUIVENT SONT À FAIRE DANS LE PREMIER QUADRANT SEULEMENT :

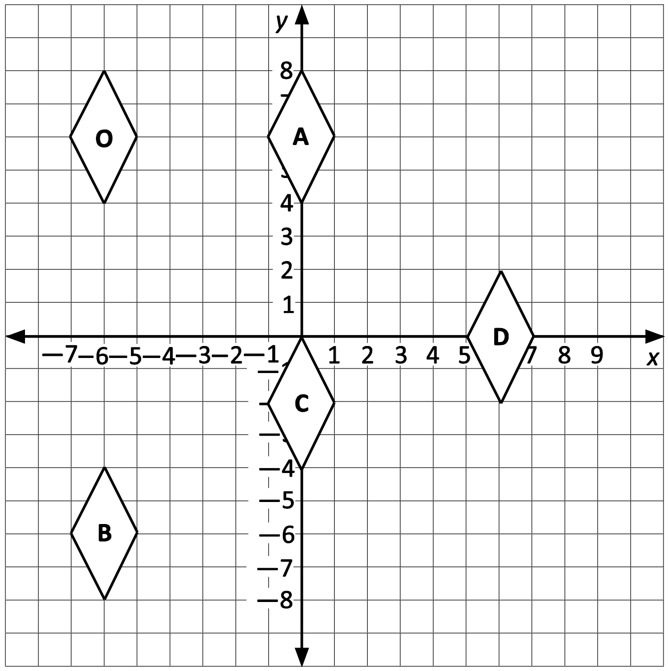
- Demandez aux élèves de prouver qu'une figure à 2D et son image par transformation sont congruentes.

- Demandez aux élèves de dessiner une figure (l'original), de lui appliquer une translation et de décrire le changement de position qui donne l'image.
- Présentez aux élèves trois figures (l'original, l'image$_1$ et l'image$_2$) sur du papier quadrillé après qu'on a exécuté deux transformations. Demandez aux élèves de faire une prédiction concernant les deux transformations appliquées. Est-ce qu'on aurait pu faire cela de plus d'une façon? Est-ce qu'on aurait pu faire cela à l'aide d'une seule transformation?
- Donnez aux élèves une figure à 2D et dites-leur de suivre la série de transformations successives donnée pour déterminer l'image.
- Demandez aux élèves d'expliquer les transformations qui se présentent dans un motif (tissu, tapisserie, etc.).
- Invitez les élèves à explorer des questions comme les suivantes :
  - Sachant qu'une figure subit une translation suivie d'une autre translation, est-ce que l'ordre dans lequel elles se déroulent a de l'importance?
  - Est-ce qu'une réflexion suivie d'une translation produit le même résultat que la même translation suivie de la même réflexion?

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Dessine un quadrilatère (original) dans un plan cartésien. Nomme les sommets et prends en note leurs coordonnées.
  - Fais une translation du quadrilatère de 3 unités vers la droite et de 2 unités vers le haut.
  - Nomme les sommets de l'image et prends en note leurs coordonnées.
  - Compare les coordonnées de l'original aux coordonnées de l'image et prends en note tes observations.
  - Utilise tes observations pour prédire les coordonnées si l'on applique à l'original une translation de 3 unités vers la gauche et de 3 unités vers le bas.
- Détermine ce qui arrive à un original dans un plan cartésien si l'on intervertit l'abscisse et l'ordonnée pour toutes les coordonnées (p. ex. A(3, –2) devient A'(–2, 3)).
  - Décris où se trouve l'image de chacun de ces points après une rotation d'un demi-tour autour de l'origine : P(–3, –5), Q(3, 6), R(–2, 4).
- ΔABC a les coordonnées suivantes : A(1, 2), B(3, 5) et C(4, 0).
  - Fais une réflexion du triangle par rapport à l'axe horizontal et indique les coordonnées pour ΔA'B'C' sur le plan cartésien.
  - Fais une réflexion de ΔA'B'C' par rapport à l'axe vertical et indique les coordonnées pour ΔA''B''C'' sur le plan cartésien.
  - Discute de ΔA''B''C'' par rapport à ΔABC. Est-ce que ΔABC et ΔA''B''C'' sont congruents? Justifie-toi. Est-ce que l'orientation de la transformation de ΔABC a changé? Justifie-toi.
- Sachant que O est l'original et A, B, C et D sont les images de O, demandez aux élèves de faire les tâches suivantes :
  - Indique les paires de coordonnées pour les sommets de l'objet O et de ses images.
  - Décris le mouvement exigé pour passer de O à chacune de ses images.



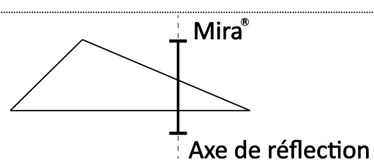
- Réponds aux questions suivantes : Si une figure subit deux transformations, l'une après l'autre, est-ce que l'ordre dans lequel ces transformations sont appliquées a de l'importance? Est-ce qu'on obtient la même image de fin dans les deux cas?

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Dire aux élèves de noter les choses en écrivant, par exemple, « l'image par réflexion de A(3, 5) est A′(–3, 5) » et de dire « l'image par réflexion de A (3, 5) est A *prime* (–3, 5) ».
- Utiliser du papier quadrillé ou à points pour représenter le plan des coordonnées à quatre quadrants. On encourage les élèves à plier la feuille et à utiliser le Mira (miroir transparent) pour le travail sur les réflexions. Lorsqu'ils plient la feuille, les élèves peuvent plier le long de l'axe de réflexion et tracer l'image. On peut placer le Mira sur l'axe de réflexion, comme dans l'illustration ci-dessous, et tracer l'image à l'aide du reflet qui apparait dans le Mira.



- Dire aux élèves d'explorer les rotations quand le centre de la rotation se situe en dehors de l'original. Pour bon nombre d'élèves, il faudra peut-être encore utiliser du papier calque pour faciliter le positionnement de la transformation de l'original.
- Utiliser des logiciels comme Geometer's Sketchpad ou GeoGebra, lorsqu'ils sont disponibles, pour faciliter le travail sur les transformations.

- Explorer les tessellations comme contexte de l’application des transformations. Il peut également être intéressant d’étudier des œuvres d’art faisant intervenir des motifs répétitifs.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L’APPRENTISSAGE

- Utilise un géoplan pour créer un original et une transformation de cet original. Échange ton géoplan avec un partenaire et demande à ce partenaire d’expliquer la transformation, en utilisant la terminologie appropriée, et de décrire une transformation qui donnerait à nouveau à l’image obtenue la position qu’elle avait avant la transformation. On peut répéter ce processus avec différentes figures, transformations et combinaisons de transformations.
- Fais la réflexion d’un triangle par rapport à un axe et ensuite par rapport à un autre axe parallèle au premier. Compare l’image de fin à l’original. Décris *une seule* transformation qui permettrait de ramener l’image de fin à sa position de départ.
- Travaillez en groupe pour ce projet : Choisissez un morceau de musique que vous aimez et créez une chorégraphie pour accompagner la musique. Il faudrait que la danse comprenne au moins deux exemples de chaque type de transformation (translation, réflexion, rotation). Exécutez la danse en classe et demandez aux autres élèves de reconnaitre les différentes transformations.
- Suis les instructions ci-dessous avec du papier quadrillé : Tu es employé par un cabinet de graphistes qui crée des graphiques pour des fabricants de tapisserie, de papier d’emballage, de carrelage et de tissu. Ton supérieur hiérarchique t’a demandé de créer un nouveau motif avec les éléments suivants :
  - Il faut que tu utilises au moins deux types de transformations.
  - Il faut que tu utilises au moins deux couleurs.
  - Il faut que le motif couvre au moins 75 % de la grille.

  CRÉE UN MOTIF ET RÉDIGE UNE EXPLICATION DE TA DÉMARCHE DE CRÉATION.
- Fournissez du papier quadrillé avec des figures déjà dessinées et fournissez des spécifications pour des transformations. Dites aux élèves d’exécuter les transformations et d’annoter les images. Au lieu des dessins, fournissez les paires ordonnées pour les sommets des originaux et dites aux élèves de dessiner les originaux et les images.
- Dites aux élèves de dessiner des originaux, de spécifier des transformations, de préparer une légende, puis d’échanger leur feuille avec un partenaire, lequel devra créer les images. Dites ensuite aux élèves d’échanger à nouveau leurs feuilles, de vérifier les réponses et, s’il y a des incohérences, d’en discuter.
- Pour explorer des réflexions avec différents axes ou des rotations avec des axes de symétrie, consulter la section « Symmetry Artist » du site *MathIsFun.com* (www.mathsisfun.com/geometry/symmetry-artist.html).

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D’ARTICLES À MANIPULER

- papier millimétré avec coordonnées
- géoplans
- ensembles de géométrie
- Geometer’s Sketchpad
- papier quadrillé
- Miras
- papier calque

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ 2D	▪ 2D
▪ axe de réflexion	▪ axe de réflexion
▪ centre de rotation	▪ centre de rotation
▪ combinaison	▪ combinaison
▪ congruent	▪ congruent
▪ coordonnées	▪ coordonnées
▪ figure	▪ figure
▪ image	▪ image
▪ isométrie	
▪ plan cartésien	▪ plan cartésien
▪ quadrant	▪ quadrant
▪ réflexion	▪ réflexion
▪ rotation	▪ rotation
▪ sens des aiguilles d'une montre	▪ sens des aiguilles d'une montre
▪ sens inverse des aiguilles d'une montre	▪ sens inverse des aiguilles d'une montre
▪ sommet	▪ sommet
▪ successif	▪ successif
▪ transformation	▪ transformation
▪ translation	▪ translation

Ressources/Notes

Imprimé

Developing Thinking in Geometry (Johnston-Wilder et Mason, 2005), p. 154–158
Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006b), p. 209–215
Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Module 8 – La géométrie (nº NSSBB : 2001640)
  - Section 8.6 – Les translations et les réflexions dans un plan cartésien
  - Section 8.7 – Les rotations dans un plan cartésien
  - Technologie : Transformer des figures à l'aide de l'ordinateur
  - Problème du module : Concevoir une pochette
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (nº NSSBB : 2001641)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (nº NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Internet

- « 33.01 The Coordinate Plane », *Grade 7 : The Learning Equation Math* (Reed, 2000) : http://staff.argyll.epsb.ca/jreed/math7/strand3/3301.htm (instructions dans l'application)
- « Shape, Space et Measures », *KS3 Bitesize* (BBC*,* 2015) : www.bbc.co.uk/education/topics/zvhs34j. (Dans ce jeu informatique, les élèves choisissent un axe de réflexion ou des centres de réflexion pour faire la réflexion d'une maison pentagonique sous la forme de son ombre.)
- « Symbol Rotation Patterns », *Wolfram Demonstrations Project.* (Wolfram Demonstrations Project et Contributors, 2015) : http://demonstrations.wolfram.com/SymbolRotationPatterns/
- « Symmetry Artist », *MathIsFun* (MathIsFun.com, 2011) : www.mathsisfun.com/geometry/symmetry-artist.html
- « Transmographer », *Interactive* (Shodor, 2015) : www.shodor.org/interactivate/activities/Transmographer/

Logiciels

- GeoGebra (International GeoGebra Institute, 2015) : www.geogebra.org/cms/en
- The Geometer's Sketchpad (Key Curriculum Press, 2013; n° NSSBB : 50474, 50475, 51453)

La statistique et la probabilité (SP)

RAG : On s'attend à ce que les élèves recueillent, présentent et analysent des données afin de résoudre des problèmes.

RAG : On s'attend à ce que les élèves utilisent les probabilités expérimentales ou théoriques pour représenter et résoudre des problèmes comportant des incertitudes.

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage est quelque chose peut et devrait se faire au quotidien dans le cadre de l'enseignement. L'évaluation de l'apprentissage est également quelque chose qui devrait se produire fréquemment. Il convient d'utiliser tout un éventail d'approches et de contextes pour évaluer l'ensemble des élèves : collectivement en tant que classe, en groupes et individuellement.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles sont les méthodes et activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Que devrai-je faire pour assurer la concordance entre mes stratégies d'évaluation et mes stratégies d'enseignement?

Suivi sur l'évaluation

Il convient de définir l'enseignement en fonction des données rassemblées sur l'apprentissage à partir de la participation et des travaux des élèves.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?
- Donnez des exemples d'observations qu'on peut faire en temps voulu à l'intention des élèves.

Planification de l'enseignement

Pour avoir un bon programme de mathématiques, il est nécessaire de planifier l'enseignement afin qu'il se déroule de façon cohérente.

Planification à long terme

- Plan annuel disponible sur *Mathematics Learning Commons: Grades 7–9* à l'adresse : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Est-ce que la leçon concorde avec mon plan pour l'année ou le module?
- Comment incorporer les processus indiqués pour ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et expériences d'apprentissage devrais-je proposer pour favoriser la réalisation des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources didactiques devrais-je utiliser?
- Comment devrais-je m'y prendre pour répondre aux besoins des élèves dans toute leur diversité?

RAS SP01 : On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la tendance centrale et l'étendue en faisant les choses suivantes : • déterminer les mesures de tendance centrale (moyenne, médiane, mode) et l'étendue; • déterminer les mesures de tendance centrale les plus appropriées pour présenter des conclusions. [C, RP, R, T]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

SP01.01 Déterminer la moyenne, la médiane et le mode d'un ensemble donné de données et expliquer pourquoi ces mesures peuvent être identiques ou différentes.
SP01.02 Déterminer l'étendue d'un ensemble donné de données.
SP01.03 Fournir un contexte dans lequel la moyenne, la médiane ou le mode d'un ensemble de données est la mesure de tendance centrale la plus appropriée pour présenter des conclusions.
SP01.04 Résoudre un problème donné qui comprend des mesures de tendance centrale.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 6	**Mathématiques 7**	**Mathématiques 8**
SP02 On s'attend à ce que les élèves sachent choisir, justifier et utiliser des méthodes de collecte de données appropriées, y compris : • des questionnaires • des expériences • la consultation de bases de données • la consultation de médias électroniques.	**SP01** : On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la tendance centrale et l'étendue en faisant les choses suivantes : • déterminer les mesures de tendance centrale (moyenne, médiane, mode) et l'étendue; • déterminer les mesures de tendance centrale les plus appropriées pour présenter des conclusions.	**SP01** On s'attend à ce que les élèves fassent la critique de façons de représenter des données.

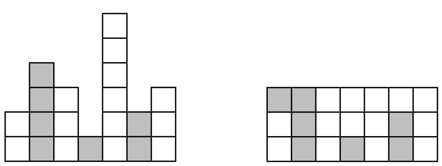
Contexte

La statistique permet de réduire de grandes quantités de données à des valeurs simples et de donner une idée globale de ces données. Avec ces valeurs simples, il est bien plus facile de concevoir et de communiquer les informations que les données renferment. Il est cependant possible, parfois, de manipuler les statistiques et de les présenter de manière à utiliser des faits pour tromper les gens et influencer leur opinion. En étudiant les statistiques, les élèves développent leur capacité de comprendre et d'analyser les informations présentées dans les publicités, par les partis politiques et dans les actualités et de communiquer leur façon de percevoir les données.

Les mesures de tendance centrale nous permettent de décrire un ensemble de données à l'aide d'une valeur simple et pertinente. Dans ce résultat d'apprentissage, on se concentre sur les méthodes pour déterminer la moyenne, la médiane et le mode et sur la compréhension du fait que c'est le contexte de la situation qui déterminera celle des mesures de tendance centrale qui est la plus pertinente. En mathématiques de 6e année, les élèves ont rassemblé des données par eux-mêmes et à partir de sources numériques ou textuelles et ont appris quand il convenait d'utiliser chaque type de source. En mathématiques de 7e année, les élèves se voient présenter pour la première fois trois mesures de tendance centrale : la moyenne, la médiane et le mode. Chacune de ces mesures est une valeur numérique qui tente de représenter un ensemble de données. Chaque mesure est une « valeur centrale » ayant sa propre fonction, ses propres forces et ses propres faiblesses. Selon la situation, on utilise plutôt telle mesure de tendance central ou telle autre, mais parfois ce sont les trois mesures de tendance centrale qui fournissent des informations utiles sur les données. Les élèves apprennent aussi ce qu'on appelle l'étendue, à savoir la différence entre la valeur la plus élevée et la valeur la plus basse dans l'ensemble de données.

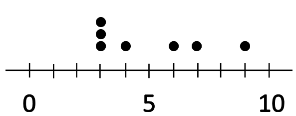
On peut calculer la moyenne (moyenne arithmétique) à l'aide d'une répartition égale (un nivèlement), en découvrant un point central ou en utilisant un algorithme. Il faut proposer aux élèves des activités dans lesquelles ils rassemblent et évaluent des données sans recourir à un algorithme, afin de favoriser chez eux la compréhension du concept de moyenne. Ce n'est qu'une fois qu'ils ont acquis cette compréhension du concept qu'on introduit l'algorithme.

Avec la répartition égale (le nivèlement), les élèves peuvent trouver la moyenne arithmétique d'un ensemble de données à l'aide de blocs emboitables. Chacun des nombres figurant dans l'ensemble de données est représenté par un bloc emboitable. On peut alors réorganiser l'ensemble de blocs pour que chaque colonne ait la même hauteur. Lorsqu'on emploie cette stratégie, il faut s'assurer que les ensembles de données utilisés ont un petit nombre d'éléments avec des nombres faibles et que le nivèlement aboutit à un nombre entier. L'ensemble de données 2, 4, 3, 1, 6, 2, 3, par exemple, a une moyenne de trois, comme on le voit dans la figure ci-dessous. Ce n'est qu'une fois que les blocs sont répartis de façon égale qu'on dit aux élèves qu'ils ont trouvé la moyenne.

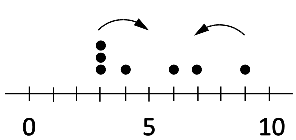


On peut aussi trouver la moyenne en déplaçant les points vers le point central des données sur une droite numérique. Cette méthode convient plutôt pour les petits ensembles de données.

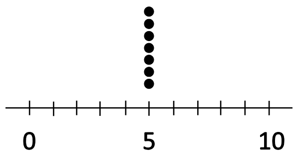
Avec l'ensemble de données 3, 4, 6, 3, 3, 9, 7, remplacer les nombres sur une droite numérique :



Commencer à déplacer les nombres vers le centre, en permettant un déplacement vers la gauche pour chaque déplacement vers la droite :



Poursuivre ce processus jusqu'à ce que les nombres s'alignent sur un seul et même point :



L'algorithme pour calculer la moyenne consiste à faire la somme de toutes les valeurs dans l'ensemble de données et de diviser cette somme par le nombre d'éléments dans l'ensemble. La moyenne de l'ensemble 40, 51, 65, 75, 75, 90 est calculée ci-dessous.

$$Moyenne = \frac{40 + 51 + 65 + 75 + 75 + 90}{6} = 66$$

On peut faire le lien entre l'algorithme et la méthode de la répartition égale en disant aux élèves de considérer le nivèlement comme la combinaison de toutes les valeurs de l'ensemble de données, suivie d'une nouvelle répartition uniforme.

La médiane est la valeur qui se situe au milieu d'un ensemble de données triées dans l'ordre. Pour trouver la médiane d'un nombre impair de valeurs, trier toutes les valeurs dans l'ordre, y compris les nombres qui se répètent, et choisir la valeur au milieu. Par exemple, la médiane de l'ensemble 35, 45, 60, 70, 75, 80, 80 est 70. Il s'agit de la quatrième des sept valeurs après le tri et elle a trois valeurs de chaque côté. Pour trouver la médiane d'un nombre pair de valeurs, additionner les deux valeurs au milieu et diviser le tout par deux. Comme la médiane est la valeur au milieu, la moitié des valeurs de l'ensemble de données seront supérieures à la médiane et l'autre moitié des valeurs seront inférieures. La médiane de 35, 45, 60, 70, 70, 80 est 65 (moyenne de la troisième et de la quatrième valeur).

L'ensemble de données suivant, qui comprend un nombre impair de valeur, a une médiane de 56 :

12	16	31	42	48	56	63	64	78	83	91

L'ensemble de données suivant, qui comprend un nombre pair de valeur, a une médiane de 50 (46 + 54)/2 :

12	16	27	31	42	46	50	54	54	63	64	78	82

Les élèves font souvent l'erreur d'oublier de trier les nombres dans l'ordre quand ils calculent la médiane. L'autre erreur courante concerne les ensembles de valeurs ayant un nombre pair de valeurs. Les élèves utilisent souvent l'une des deux valeurs au milieu au lieu de la valeur qui se situe au milieu. Rappelez aux élèves qu'il faut qu'il y ait le même nombre de valeurs au-dessus de la médiane qu'en dessous. Cela permet de vérifier rapidement si on a fait une erreur dans le calcul de la médiane.

Le mode est la valeur qui se présente le plus fréquemment dans l'ensemble de valeurs. Il est possible que l'ensemble de valeurs n'ait pas de mode (si chaque valeur apparait également, il n'y a pas de mode), qu'il fait un mode, qu'il soit bimodal ou qu'il ait de multiples modes. Le mode n'indique pas nécessairement le centre des données qu'il représente. Les modes sont très instables et il peut suffire d'un petit changement dans les données pour produire un changement considérable dans le mode. Comme le mode désigne l'élément le plus typique de l'ensemble, il est utilise pour faire des prédictions dans des situations particulières. Si, par exemple, le mode pour un ensemble de chemises vendues par un magasin est la taille 10, les responsables du stock peuvent se servir de cette valeur pour déterminer les tailles à garder en stock dans l'inventaire.

Même si l'on se concentre avant tout, dans ce résultat d'apprentissage, sur le centre d'ensembles de données, les élèves pourront se faire une meilleure idée de ces ensembles de données en explorant la répartition des données. L'indicateur le plus simple de répartition des données est l'**étendue**. L'étendue décrit un ensemble de données en indiquant la différence entre la valeur la plus élevée et la valeur la moins élevée dans l'ensemble de données. Les élèves se trompent parfois en décrivant l'étendue à l'aide des valeurs minimum et maximum. Rappelez aux élèves que l'étendue est elle-même un nombre unique, tout comme la moyenne et la médiane.

Lorsqu'on demande aux élèves de calculer la moyenne, les élèves choisissent souvent la moyenne arithmétique, en disant qu'elle est « plus mathématique ». En fait, les trois mesures de tendance centrale sont susceptibles de représenter le « centre » des données. Il faut que les élèves apprennent que le caractère approprié de chaque indicateur dépend du contexte présenté.

En comprenant quand et comment utiliser les différentes valeurs statistiques, les élèves seront capables de mieux comprendre les données, d'assurer une communication plus claire sur ces données et de les utiliser de façon judicieuse pour prendre des décisions éclairées. Les élèves ont travaillé sur des données discrètes et continues en 6^{e} année. Les données discrètes ont des valeurs finies et sont habituellement des données qu'on peut compter. Les valeurs entre les points n'ont généralement pas aucun sens dans le contexte. Les données continues ont un nombre infini de valeurs entre points et prennent tout leur sens dans le contexte d'un problème. Quand on demande aux élèves d'indiquer une valeur typique, ils peuvent choisir le mode, parce qu'ils ont travaillé antérieurement avec des graphiques à barres (résultat d'apprentissage SP02 de 5^{e} année). Lorsqu'on affiche des données discrètes sous la forme d'un graphique à barres, les élèves voient souvent la barre la plus longue qui ressort de la figure. Il y a certaines situations dans la vie réelle dans lesquelles le mode est l'indicateur approprié. Un magasin de chaussures, par exemple, commandera un nouveau stock de chaussures en fonction des tailles qui se vendent le mieux. Dans ce cas, la moyenne ou la médiane de la taille des chaussures, comme 6,2, par exemple, n'a aucun sens dans le contexte des commandes de stocks de chaussures. On peut utiliser la moyenne et la médiane pour des données continues, comme des valeurs monétaires, des températures ou des scores obtenus à des tests. La moyenne est affectée par les valeurs extrêmes, alors que la médiane ne l'est pas. On explorera l'effet de ces valeurs extrêmes lors du prochain résultat d'apprentissage.

Lors de la préparation des activités d'apprentissage pour les élèves, choisissez des activités qui mettent l'accent sur les concepts et la compréhension. Dites aux élèves de rassembler des données en vue de répondre aux questions. En permettant aux élèves de poser leurs propres questions et de rassembler leurs propres données, vous fournirez des contextes et des fonctions pour l'analyse de données et l'exploration des différentes statistiques. Les élèves peuvent, par exemple, souhaiter comparer les habitudes ou compétences physiques de leurs camarades de classe, combiner le contenu des cours de sciences et des cours de sciences humaines ou répondre à des questions sur des conditions ou des tendances dans le monde.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut utiliser des tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Demandez aux élèves de dresser la liste des nombres suivants du plus petit au plus grand : 56, 23, 34, 99, 56, 56, 77, 89, 16
- Passez en revue les concepts de la formulation de questions, du rassemblement de données de première main et de deuxième main et de la préparation de graphiques à barres.
- Dites aux élèves de se mettre individuellement ou par deux et de faire l'activité suivante :

  Formule une question de sondage pour tes camarades à laquelle ils pourront répondre avec une valeur numérique. Exemples de questions :
  - Combien y a-t-il de frères et sœurs dans ta famille?
  - Combien d'animaux domestiques (de téléphones portables, de télévisions) ta famille a-t-elle?
  - Combien de fois par semaine manges-tu un aliment particulier, regardes-tu un film ou participes-tu à des activités physiques?
  - Pendant combien d'heures dors-tu par nuit?
  - Quelle est ta taille?
  - Combien de paires de gants (de chaussures, de pantalons) possèdes-tu?
  - Combien de pays as-tu visités?
  - Compare la longueur des noms dans la classe.

  Rassemble les informations. Présente les données dans un graphique à barres. Formule une question sur la population sondée à laquelle on peut répondre à l'aide du graphique. Inclus une réponse pour la question. On pourra utiliser ces ensembles de données lors d'activités d'apprentissage ultérieures.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Quel indicateur (moyenne, médiane ou mode) serait le plus utile dans chaque situation? Justifie ton choix.
  - Tu commandes des chaussons pour un salon de jeu de quilles.
  - Tu veux savoir si tu lis plus ou moins de livres par mois que la plupart des gens dans ta classe.
  - Tu veux savoir le montant « moyen » d'argent consacré par semaine à l'alimentation dans ta classe.
- La moyenne d'un ensemble de cinq scores à un test est de 80. L'une des notes a été effacée, mais les quatre autres sont 90, 95, 85 et 100. Quelle est le score manquant?
- Écris un autre ensemble de données qui aurait la même moyenne et la même médiane que 3, 4, 5, 6 et 7.
- Une année, entre janvier et mars, l'école de Belhiver a été fermée sept fois en raison de tempêtes de neige. Les données suivantes indiquent le nombre de journées que chaque tempête a duré. Trouve la moyenne, la médiane et le mode pour cet ensemble de données.

1 jour 4 jours 2 jours 3 jours	6 jours 2 jours 3 jours

- La moyenne d'un ensemble de données est nettement plus faible que la médiane. Qu'est-ce que tu sais sur les données?
- Comment déterminer la valeur la plus élevée d'un ensemble de données quand on connait l'étendue et la valeur la plus faible? Utilise un exemple pour expliquer tes réponses.
- Juanita, Georges et Lee sont les capitaines des équipes de mathématiques de l'école. Leurs résultats sont rassemblés dans le tableau ci-dessous.

	Juanita	Georges	Yin Lee
Concours 1	82	84	85
Concours 2	82	84	85
Concours 3	88	90	85
Concours 4	100	71	81
Concours 5	77	78	81
Concours 6	81	87	85
Concours 7	87	89	82
Concours 8	83	88	85
Concours 9	83	86	83

Demandez aux élèves de répondre à la question suivante : « Quelle indicateur choisirais-tu pour déterminer la meilleure équipe? Pourquoi? Pourquoi d'autres risquent-ils d'être en désaccord avec toi? »

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

ENVISAGEZ LES STRATÉGIES SUIVANTES LORS DE LA PRÉPARATION DE VOS LEÇONS.

- Pour introduire le concept de moyenne, dire aux élèves de se répartir en deux groupes de deux, un groupe de quatre, deux groupes de trois, un groupe de un et un groupe de six, puis de se réorganiser en sept groupes égaux pour déterminer combien il y aurait d'élève dans chaque nouveau groupe.
- On peut utiliser des rouleaux de billets pour introduire le concept de médiane. Sur un rouleau de billets, les élèves écrivent une valeur sur chaque billet par ordre croissant. Si le nombre de billets est impair, alors on plie la bande de billets à la médiane.

- Faire en sorte que les élèves comprennent mieux la moyenne en construisant des modèles des valeurs avec des tours de cubes emboitables et en demandant aux élèves de déplacer les cubes de façon à ce que toutes les tours aient la même hauteur.
- Dire à un nombre variable d'élèves de s'aligner par ordre croissant de taille, pour les aider à comprendre et à visualiser le concept de médiane.
- Dire à un groupe de cinq élèves (puis de six) de s'aligner par ordre croissant de taille de chaussure, pour les aider à comprendre et à visualiser le concept de mode.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Calcule la moyenne, la médiane et le mode pour un ensemble de données dans un graphique à barres.
- Crée un dépliant à trois panneaux pour définir et créer des exemples de chacune des mesures de tendance centrale. Sur les trois panneaux extérieurs, nomme et définis la moyenne, la médiane et le mode. Sur les panneaux intérieurs correspondants, crée et résous un exemple de problème faisant intervenir la mesure de tendance centrale indiquée sur le panneau extérieur.
- On a rassemblé les données suivantes pour représenter les progrès de deux élèves en cours de sciences. Chacun des élèves aurait la même note si on se fondait sur le calcul de la moyenne. Trouve l'étendue des données pour chaque élève et explique en quoi l'étendue apporte des informations utiles pour représenter les progrès de chaque élève.
  - Élève 1 : 76 %, 78 %, 80 %, 82 %, 84 %
  - Élève 2 : 60 %, 70 %, 80 %, 90 %, 100 %
- Crée un ensemble de données pour chacune des situations suivantes. Chaque ensemble doit avoir au moins six éléments.
  - Situation 1 : La moyenne, la médiane et le mode sont identiques.
  - Situation 2 : La moyenne, la médiane et le mode sont différents.
- Crée un ensemble de cinq nombres dans lequel la médiane et le mode sont identiques. Explique pourquoi tu as choisi ces nombres.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- papier quadrillé
- règles
- cubes emboitables ou empilables
- rouleaux de billets

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ bimodal ▪ données ▪ étendue ▪ médiane ▪ mesure de tendance centrale ▪ mode ▪ moyenne ▪ moyenne arithmétique ▪ multimodal ▪ statistique ▪ valeur maximum ▪ valeur minimum	▪ données ▪ étendue ▪ médiane ▪ mesure de tendance centrale ▪ mode ▪ moyenne ▪ moyenne arithmétique ▪ statistique ▪ valeur maximum ▪ valeur minimum

Ressources/Notes

Imprimé

Math Matters, Understanding the Math You Teach, 2e édition (Chapin et Johnson, 2006), p. 94–300

Mathematics for Elementary Teachers, A Contemporary Approach (Musser, Burger et Peterson, 2006), 455-457

Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006b), p. 312–315

Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Module 7 – L'analyse de données (nº NSSBB : 2001640)
  - Section 7.1 – La moyenne et le mode
  - Section 7.2 – La médiane et l'étendue
  - Section 7.4 – Les applications des mesures de tendance centrale
  - Technologie : *Étudier les mesures de tendance centrale à l'aide d'un tableur*
  - Problème du module : *Jeux de société*
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (nº NSSBB : 2001641)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (nº NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Internet

- « Unnamed [mode, median, mean] », *BBC* (BBC 2015) : www.bbc.co.uk/schools/teachers/ks2_activities/maths/activities/modemedianmean.swf.

RAS SP02 : On s'attend à ce que les élèves déterminent l'effet sur la moyenne, la médiane et le mode quand on a une valeur aberrante dans un ensemble de données. [C, L, RP, R]
[C] Communication **[RP]** Résolution de problèmes **[L]** Liens **[CM]** Calcul mental et estimations **[T]** Technologie **[V]** Visualisation **[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

SP02.01 Analyser un ensemble donné de données afin d'y mettre en évidence les valeurs aberrantes, s'il y en a.
SP02.02 Expliquer les effets des valeurs aberrantes sur les mesures de tendance centrale pour un ensemble donné de données.
SP02.03 Trouver les valeurs aberrantes dans un ensemble donné de données et expliquer pourquoi il est approprié ou non d'en tenir compte lors de la présentation des mesures de tendance centrale.
SP02.04 Fournir des exemples de situations dans lesquelles des valeurs aberrantes devraient ou ne devraient pas être incluses lors de la présentation des mesures de tendance centrale.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 6	Mathématiques 7	Mathématiques 8
-	**SP02** : On s'attend à ce que les élèves déterminent l'effet sur la moyenne, la médiane et le mode quand on a une valeur aberrante dans un ensemble de données.	**SP01** On s'attend à ce que les élèves fassent la critique de façons de représenter des données.

Contexte
En statistique, les valeurs extrêmes dans les ensembles de données, les valeurs qui sont nettement différentes des autres valeurs, s'appellent des valeurs aberrantes. La présence de valeurs aberrantes peut avoir un impact sur la meilleure mesure de tendance centrale pour représenter les données. Il faut que les élèves explorent l'impact que diverses valeurs aberrantes peuvent avoir sur la tendance centrale.

Comme la moyenne utilise les valeurs de tous les nombres dans l'ensemble de données, c'est celle des mesures de tendance centrale qui est le plus affectée par les valeurs aberrantes; il est donc préférable d'utiliser la moyenne quand l'étendue des valeurs dans l'ensemble de données est limitée. Les valeurs aberrantes n'ont pas d'impact sur la médiane, puisqu'elle représente la valeur du milieu d'un ensemble ordonné de données.

Lorsque les élèves comparent les mesures de tendance centrale pour une situation donnée, il faut qu'ils tiennent compte de l'impact des valeurs aberrantes. Cela peut affecter le choix des statistiques.

Dans certains cas, la présence de valeurs aberrantes n'a pas d'effet sur les mesures de tendance centrale. Si, par exemple, les élèves explorent l'impact de 38 et de 98 sur les mesures de tendance centrale pour l'ensemble de données 38, 64, 68, 71, 72, 75, 98, leur conclusion devrait être que les valeurs aux deux extrémités opposées de l'ensemble de données n'ont quasiment aucun effet sur le score moyen.

Il faudrait aussi que les élèves analysent des cas où il n'y a qu'une valeur aberrante ou plusieurs valeurs aberrantes à la même extrémité. Lorsque les données comprennent des valeurs aberrantes, il se peut que la médiane soit une meilleure représentation que la moyenne. Lorsqu'on étudie la température moyenne des objets dans une cuisine, par exemple, la plupart d'entre eux sont à température ambiante, c'est-à-dire entre 20 °C et 25 °C. Si l'on inclut un four chaud à 300 °C, la médiane reste proche de la température ambiante, mais la moyenne est beaucoup plus élevée. Dans cette situation, il vaut mieux choisir la médiane plutôt que la la moyenne pour donner une idée globale de la température des objets dans la cuisine.

Il peut y avoir des valeurs aberrantes dans des ensembles de données en raison d'erreurs humaines (erreurs lors des mesures ou de l'enregistrement de ces mesures). Dans de tels cas, il convient de ne pas tenir compte de ces valeurs aberrantes lors des calculs statistiques. S'il n'y a pas eu d'erreur, alors il convient d'inclure les valeurs extrêmes. Parfois, la présence de valeurs aberrantes n'est pas évidente. Leur mise en évidence est alors une question de choix.

Les élèves se mettent par deux et discutent de la situation suivante pour déterminer s'il y a une valeur aberrante :

- Les courses d'accélération se déroulent généralement sur une piste de $\frac{1}{4}$ mille et on chronomètre les véhicules sur cette distance. Les données rassemblées lors d'une telle course sont les suivantes : 9,11 s, 9,10 s, 9,54 s, 8,01 s, 9,76 s, 9,32 s.

LORS D'UNE DISCUSSION EN CLASSE, DÉTERMINEZ SI LES ÉLÈVES S'ENTENDENT SUR LA MISE EN ÉVIDENCE D'UNE VALEUR ABERRANTE DANS CES DONNÉES ET, SI TEL EST LE CAS, S'IL FAUDRAIT EXCLURE LA VALEUR ABERRANTE DU CALCUL DES MESURES DE TENDANCE CENTRALE.

IL CONVIENT DE FAIRE LE RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SP02 PARALLÈLEMENT AU RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SP01.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

Voir le résultat d'apprentissage SP01.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Définis le terme « valeur aberrante ». Fournis un exemple de situation dans laquelle il faut exclure une valeur aberrante des données avant de calculer les mesures de tendance centrale et explique pourquoi il faut l'exclure.
- Réponds à des questions comme les suivantes : Tanya a obtenu les scores suivants lors de ses cinq premières interrogations en mathématiques : 75 %, 75 %, 80 %, 77 %, 82 %.
  - Indique la moyenne, la médiane et le mode.
  - Lors de l'interrogation suivante, Tanya n'a obtenu que 25 %. Quel effet (s'il y a lieu) cette note a-t-elle eu sur les mesures de tendance centrale calculées ci-dessus?
- Simone participe à un test d'orthographe toutes les semaines. Chaque test est noté sur 10.
  - Jusqu'à présent, Simone a participé à sept tests d'orthographe. Elle a obtenu les scores suivants : 8, 8, 7, 9, 6, 10 et 8.
  - Quel score représente le mieux le niveau de Simone en orthographe? Explique pourquoi tu as choisi ce score.
  - Simone participe à trois tests supplémentaires et obtient les scores 3, 7 et 8. Quel score représente le mieux son niveau désormais? Pourquoi?
  - Lors des trois tests suivants, Simone obtient les scores 9, 10 et 0. Quel ajustement apporteras-tu à son score en orthographe? Pourquoi?
  - Indique les valeurs aberrantes dans cet ensemble de données.
  - Indique des raisons possibles pour ces valeurs aberrantes.
  - Quel impact les valeurs aberrantes ont-elles eu sur les mesures de tendance centrale?
  - Est-ce qu'il faudrait inclure les valeurs aberrantes dans le calcul des mesures de tendance centrale? Pourquoi ou pourquoi pas?

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Utiliser des cubes emboitables pour représenter un ensemble de valeurs. Par exemple, pour l'ensemble de données 2, 3, 4, 5, 6, discuter du mode et de la médiane. Demander aux élèves de construire des tours dans lesquelles on verra facilement que, s'ils enlèvent 2 cubes d'une tour de 6 étages et les mettent sur la tour de 3 étages et 1 cube d'une tour de 5 étages pour la mettre sur la tour de 3 étages, alors les cinq tours auront toutes la même hauteur et représenteront la moyenne.
- Ajouter ensuite une autre tour avec 25 cubes. Demander aux élèves de prédire et de trouver les 3 mesures de tendance centrale en incluant la nouvelle valeur dans l'ensemble de données. Discuter de l'augmentation importante de la moyenne, de l'augmentation minime de la médiane et de l'absence de changement du mode.
- Dire aux élèves de calculer la moyenne, la médiane et le mode pour un ensemble de données avec et sans une valeur aberrante afin de voir l'effet des valeurs aberrantes. (Changer simplement la valeur la plus faible ou la plus élevée pour en faire une valeur aberrante.) Ils devraient voir que la médiane n'est pas affectée, mais que la moyenne augmente ou baisse nettement. Le mode restera généralement inchangé, sauf si le nombre modifié est le mode.
- Utiliser des activités dans lesquelles la valeur aberrante est de toute évidence une erreur, pour illustrer les situations dans lesquelles on n'utilisera pas la valeur aberrante pour le calcul des mesures de tendance centrale. Si la valeur aberrante n'est pas une erreur, alors il faudrait continuer

de l'utiliser dans les calculs, mais prendre conscience du fait que la médiane est dans ce cas une meilleure mesure de tendance centrale.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Réponds aux questions suivantes. On demande aux joueurs de l'équipe de basketball de 7e année de noter leur taille en centimètres dans un tableau. On utilise les données ainsi obtenues pour représenter la taille de l'équipe.

  155 cm, 153 cm, 150 cm, 167 cm

  164 cm, 182 cm, 170 cm, 159 cm

  185 cm, 19 cm, 182 cm, 174 cm

  - Quelle est la valeur aberrante dans cet ensemble de données?
  - Indique une raison expliquant cette valeur aberrante. Faudrait-il l'inclure dans le calcul des mesures de tendance centrale? Pourquoi ou pourquoi pas?
  - Calcule la moyenne, la médiane et le mode pour ces tailles.
  - Quelle(s) mesure(s) de tendance centrale utiliserais-tu pour représenter la taille de l'équipe? Pourquoi?
- Après que M. Lebrun a donné une interrogation en sciences, il fait le constat suivant :
  - La moyenne des résultats des élèves est de 72 %.
  - Le mode des résultats des élèves est de 65 %.
  - La médiane des résultats des élèves est de 65 %.

  Au moment où il remet l'interrogation aux élèves, il découvre que sa grille de correction était fausse et que tous les élèves ont donné la bonne réponse à une question qui représentait 5 % de la note. Il est alors obligé d'augmenter toutes les notes de 5 %.
  - Quel effet cela a-t-il sur la moyenne, la médiane et le mode?
  - Que peut-on conclure sur l'ensemble des scores pour expliquer pourquoi la moyenne est nettement plus élevée que le mode et la médiane?
  - Crée deux séries possibles de scores pour 10 élèves qui correspondront aux nouveaux calculs pour la moyenne, la médiane et le mode pour l'interrogation de M. Lebrun.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- calculette
- cubes emboitables

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ données ▪ étendue ▪ médiane ▪ mesure de tendance centrale ▪ mode ▪ moyenne ▪ moyenne arithmétique	▪ données ▪ étendue ▪ médiane ▪ mesure de tendance centrale ▪ mode ▪ moyenne ▪ moyenne arithmétique

▪ statistique ▪ valeur aberrante	▪ statistique ▪ valeur aberrante

Ressources/Notes

Imprimé

Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Module 7 – L'analyse de données (n^{o} NSSBB : 2001640)
  - Section 7.3 – Les effets des valeurs aberrantes sur les mesures de tendance centrale
  - Section 7.4 – Les applications des mesures de tendance centrale
  - Technologie : Étudier les mesures de tendance centrale à l'aide d'un tableur
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n^{o} NSSBB : 2001641)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (no NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

RAS SP03 : On s’attend à ce que les élèves construisent, annotent et interprètent des diagrammes circulaires pour résoudre des problèmes. [C, L, RP, R, T, V]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d’indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d’apprentissage spécifique correspondant.

SP03.01 Mettre en évidence les caractéristiques communes de diagrammes circulaires :
- titre, annotations ou légende;
- somme des angles au centre d’un cercle égale à 360°;
- données présentées sous la forme de pourcentages d’un tout et somme de ces pourcentages égale à 100.

SP03.02 Créer et annoter un diagramme circulaire pour présenter un ensemble de données avec ou sans l’aide de la technologie.

SP03.03 Trouver et comparer des diagrammes circulaires dans divers médias imprimés et électroniques (quotidiens, magazines, Internet, etc.).

SP03.04 Exprimer les pourcentages présentés dans un diagramme circulaire sous forme de quantités afin de résoudre un problème donné.

SP03.05 Interpréter un diagramme circulaire donné afin de répondre à des questions.

Portée et ordre des résultats d’apprentissage

Mathématiques 6	**Mathématiques 7**	**Mathématiques 8**
SP01 On s’attend à ce que les élèves sachent créer, annoter et interpréter des diagrammes à ligne pour en tirer des conclusions. **SP03** On s’attend à ce que les élèves sachent tracer et analyser des diagrammes à partir de données recueillies pour résoudre des problèmes. **M01** On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris les angles en : • fournissant des exemples d’angles dans l’environnement • classifiant des angles selon leur mesure • estimant la mesure de différents angles en utilisant des angles de 45°, de 90° et de 180° comme angles de référence • déterminant la mesure des angles en degrés • dessinant et en annotant des angles lorsque leur mesure est donnée.	**SP03** : On s’attend à ce que les élèves construisent, annotent et interprètent des diagrammes circulaires pour résoudre des problèmes.	**SP01** On s’attend à ce que les élèves fassent la critique de façons de représenter des données.

Contexte

La fonction des graphiques est de représenter des données. Les élèves, à leur arrivée en mathématiques de 7e année, ont de l'expérience en utilisation de courbes pour représenter des données continues et en utilisation de diagrammes à bandes, de diagrammes à bandes doubles, de pictogrammes et de diagrammes à points pour représenter des données discrètes. En mathématiques de 7e année, les élèves découvrent les diagrammes circulaires. On parle aussi parfois de « camemberts ». Les médias utilisent fréquemment des diagrammes circulaires pour présenter des données à des fins de comparaison.

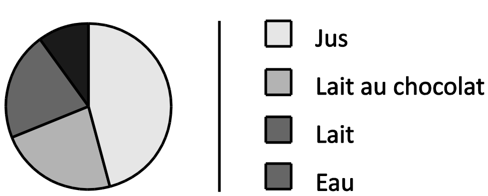
On peut faire des comparaisons entre les diagrammes circulaires (partie/tout) et les diagrammes à bandes (mesures réelles des valeurs). Les élèves ont construit et interprété des diagrammes à bandes en mathématiques de 4e année (SP02) et des diagrammes à bandes doubles en mathématiques de 5e année (SP02). Les deux sont comparables, en ce qu'ils fournissent des informations organisées par catégories. Dans un diagramme circulaire, les catégories sont représentées par des secteurs, tandis que, dans un diagramme à bandes, ce sont les bandes qui représentent les catégories. Comme les diagrammes circulaires représentent des pourcentages plutôt que des quantités, on peut faire des comparaisons entre le petit ensemble de données et le grand ensemble de données. Cela n'était pas possible avec les diagrammes à bandes (Van de Walle et Lovin, 2006b, p. 324).

Les diagrammes circulaires présentent la répartition des données et non les valeurs des données elles-mêmes. L'ensemble de données fait l'objet d'un regroupement par catégories et chaque catégorie représente un pourcentage de l'ensemble. Les diagrammes circulaires sont tout particulièrement utiles quand on veut comparer la fréquence des données d'une catégorie particulière à l'ensemble des données, tout en permettant de faire des comparaisons entre catégories.

On peut également utiliser les diagrammes circulaires pour comparer des ensembles de données de différentes tailles, car ces diagrammes comparent les proportions et non les quantités dans l'absolu. Dans l'exemple ci-dessous, les proportions concernant les boissons préférées des élèves peuvent se comparer aux préférences des élèves d'autres écoles. On peut utiliser les comparaisons pour répondre à des questions ou résoudre des problèmes (p. ex., quelle école cibler pour le programme éducatif sur l'alimentation).

Boisson préférée	Nombre d'élèves	Pourcentage	Taille de l'angle
jus	150	46 %	166°
lait chocolaté	75	23 %	83°
lait	68	21 %	75°
eau	32	10 %	36°
total	325	100 %	360°

Boissons choisies par 325 élèves dans la cafétéria d'une école intermédiaire



Ce diagramme circulaire montre que près de la moitié des élèves mangeant à la cafétéria choisissent un jus et qu'on a un nombre à peu près égal d'élèves qui choisissent le lait et d'élèves qui choisissent un lait chocolaté.

Lorsque les élèves interprètent des diagrammes élaborés par d'autres, ils apprennent à apprécier les caractéristiques qui les aident à se faire une bonne idée des données représentées sous forme visuelle. Le titre, la légende et les annotations sont cruciaux pour l'interprétation des diagrammes circulaires. Chaque secteur du graphique représente une proportion partie-tout. Les diagrammes circulaires mettent l'accent sur le lien entre la catégorie et l'ensemble des données, ainsi que sur le lien entre différentes catégories dans l'ensemble des données. Les données sont divisées en parties et le diagramme circulaire illustre la proportion de chaque partie par rapport au tout. On fournit généralement les données sous formes de pourcentages ou sous forme de données brutes à convertir en pourcentages. Il faut que la somme des pourcentages représentés par les secteurs fasse 100 % et que la somme des angles centraux fasse 360°. Lorsqu'on arrondit les pourcentages, il arrive qu'il faille procéder à de légers ajustements pour que la somme fasse exactement 100 %. Il faut que chaque diagramme circulaire ait un titre descriptif et soit annoté avec les noms des catégories et les pourcentages correspondants ou comprenne une légende. La convention mathématique pour les diagrammes circulaires est de commencer par une ligne verticale du centre du cercle à la position « midi » (0°) et de présenter les différents secteurs par ordre décroissant de taille dans le sens des aiguilles d'une montre. Il est utile d'utiliser différentes couleurs pour les secteurs afin de faciliter les comparaisons. C'est quand le nombre de catégories est limité et que les tailles des secteurs sont nettement variées que les comparaisons sont les plus claires.

Il est nécessaire de savoir comment trouver le pourcentage et de savoir utiliser un rapporteur pour construire des diagrammes circulaires à la main à partir de données brutes. Une fois que les élèves se livrent à la création de diagrammes circulaires à la main, il convient de se concentrer sur la question de savoir quand le diagramme circulaire est la présentation la plus appropriée et quand utiliser des outils technologiques pour produire ce type de diagramme. Il existe de nombreuses façons différentes de construire des diagrammes circulaires. Parmi les outils technologiques disponibles, on trouve Microsoft Excel et Google Docs. Les diagrammes circulaires à 3D ne sont pas la meilleure façon de représenter des données pour l'interprétation.

Chaque fois que les élèves construisent des présentations de données, il convient d'utiliser ces présentations pour l'interprétation. Quand on est capable d'organiser et de présenter des données, on fournit rapidement des représentations visuelles des données et on est capable de faire des prédictions sur des évènements à venir se rapportant aux données présentées.

Évaluation, enseignement et apprentissage

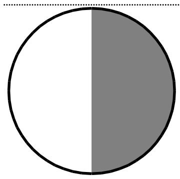
Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

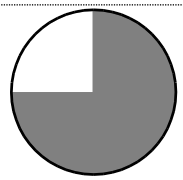
On peut utiliser des tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Une classe de 7e année organise une collecte d'aliments pour aider la banque alimentaire du quartier. La classe collecte 25 paquets de pâtes, 32 conserves de soupe, 14 conserves de fruits, 7 conserves de légumes, 16 paquets de petits gâteaux et 6 paquets de riz. Quel pourcentage des articles collectés les fruits représentent-ils?

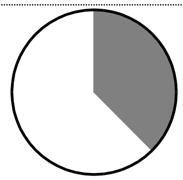
- Demandez aux élèves de construire et d’annoter un diagramme à bandes (avec catégories, titre et légende) en se servant des données sur la collecte d’aliments ci-dessus.
- Utilisez une discussion en classe pour examiner les caractéristiques des diagrammes : présentation visuelle des données, titres descriptifs, annotation des axes, échelle et points.
- Demandez aux élèves quel pourcentage de chacun des cercles suivants est noirci.



a)

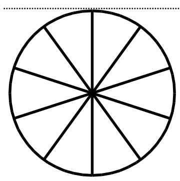


b)

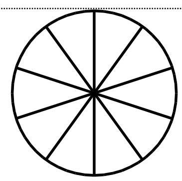


c)

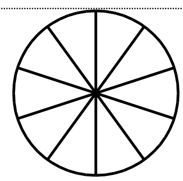
- Demandez aux élèves de noircir le pourcentage indiqué quand chacun des cercles suivants.



a) 80%



b) 10%



c) 30%

- Rappelez aux élèves que la somme des angles d’un cercle fait 360°. Demandez-leur :
  - de calculer la mesure de l’angle qui représenterait chaque pourcentage du cercle :
    > 50 % de 360° = _________
    > 25 % de 360° = _________
    > 13 % de 360° = _________
  - d’utiliser un rapporteur pour dessiner chacun des angles.

TÂCHES D’ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l’évaluation au service de l’apprentissage (formative) soit pour l’évaluation de l’apprentissage (sommative).

- Demande-toi si les différentes sections d’un diagramme circulaire donné peuvent être 35 %, 25 %, 30 % et 15 %. Justifie-toi.
- Jay travaille dans un magasin de chaussures. Elle s’est occupée de la commande de printemps. Elle a commandé les articles suivants :

5 % taille 5
15 % taille 6
45 % taille 7
25 % taille 8
5 % taille 9
5 % taille 10

  - Construis un diagramme circulaire représentant ces données.
  - Sachant que Jay a commandé 120 paires de chaussures, combien de paires de chaque taille a-t-elle commandé?
  - Crée trois questions auxquelles le diagramme permet de répondre.
- Utilise les données du tableau ci-dessous; fais correspondre les pourcentages aux secteurs appropriés dans un diagramme circulaire. Choisis un titre et une légende appropriés pour ce diagramme.

Mathématiques	30 %
Français	25 %
Sciences	20 %
Sciences humaines	15 %
Anglais	10 %

- Fournissez aux élèves deux diagrammes circulaires représentant des données semblables (répartition de la population selon l'âge pour deux régions différentes, par exemple) et demandez aux élèves de rédiger des énoncés de comparaison à partir des données présentées.
- Dans quelle mesure un diagramme circulaire permet-il de fournir des informations sur les relations entre les parties d'un tout?

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

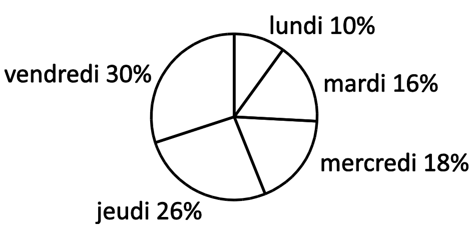
Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Avant de construire des diagrammes circulaires, vous pouvez utiliser une activité informelle, comme le « camembert humain » décrit dans *Teaching Student-Centered Mathematics* (Van de Walle et Lovin, 2006b, p. 324). Choisir un sujet, par exemple en demandant aux élèves de choisir leur équipe de hockey préférée dans les demi-finales de la Coupe Stanley et en leur demandant de s'aligner de façon à ce que les élèves ayant la même équipe soient ensemble. On peut aussi avoir des bandes de papier ou des T-shirts correspondant à la couleur des yeux. Faire en sorte que l'ensemble du groupe forme un cercle. Vous pouvez coller les extrémités de quatre longues bandes au centre du cercle et les étendre pour qu'elles rejoignent le point du cercle où l'équipe change. On finit ainsi par avoir un diagramme circulaire sans avoir à mesurer ni à calculer de pourcentages. Quand les élèves se livrent à une activité comme ce camembert humain, leurs propres calculs pour construire des diagrammes circulaires prennent tout leur sens.
- Utiliser des données authentiques et intéressantes pour les élèves. Vous pourrez les trouver dans les journaux, des magazines ou sur des sites Internet comme celui de Statistique Canada.
- S'assurer que la construction du diagramme et l'interprétation des données ne sont pas traitées séparément. Quand les élèves prennent le temps de construire des diagrammes circulaires, il convient de s'en servir pour interpréter les données.
- Commencer par demander aux élèves de dessiner des diagrammes circulaires avec un cercle des centièmes, avant que les élèves apprennent à convertir les pourcentages en degrés.

- Intégrer l’utilisation de la technologie pour construire des diagrammes une fois que les élèves ont de l’expérience dans la construction des diagrammes sur papier avec un crayon.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L’APPRENTISSAGE

- Crée un diagramme à bandes à partir d’un ensemble de données. Une fois qu’il est prêt, découpe les bandes elles-mêmes et colle-les bout à bout. Ensuite, colle les deux extrémités pour former un cercle. Devine où le centre du cercle se trouve, trace des droites entre le centre les endroits où les différentes bandes se touchent et trace le contour pour faire une estimation des pourcentages (Van de Walle et Lovin, 2006b, p. 324).
- À partir d’un diagramme tiré d’un texte ou d’un article de magazine ou de journal, convertis le diagramme en une autre forme de présentation. Discute de la meilleure façon de représenter les données et des raisons.
- À partir des informations nutritives se trouvant sur les emballages alimentaires, crée un diagramme circulaire représentant la composition d’une portion.
- Recherche dans les journaux, les magazines et sur Internet des informations représentées sous forme de diagrammes circulaires. Imprime ou découpe un tel diagramme et colle-le dans ton journal personnel. Analyse le diagramme selon des critères comme les suivants :
  - Est-ce qu’il y a un titre? Est-ce que le titre de quoi il s’agit?
  - Est-ce que les secteurs sont annotés ou est-ce qu’il y a une légende?
  - Est-ce que le total des pourcentages fait 100 %?
  - Est-ce que le diagramme arrive bien à attirer l’attention du lecteur?
- Jan veut montrer que les ventes de laits chocolatés sont supérieures à la fin de la semaine, de sorte qu’on peut commander plus de laits chocolatés pour cette période. Elle crée le diagramme circulaire ci-dessous.



  Analyse le diagramme et réponds aux questions suivantes :
  - Quel pourcentage de laits chocolatés vend-on le mercredi?
  - Indique un groupe de jours qui représente environ la moitié du total des ventes. (Il y a plus d’une réponse possible.)
  - Sachant que le vendredi est un jour férié, quel impact cela aura-t-il sur la commande de laits chocolatés pour la semaine?
  - Lors d’une semaine ordinaire, on vend 500 laits chocolatés. Combien faut-il en commander si le vendredi est un jour férié?
  - Sachant que le total des ventes de laits chocolatés fait 200 $ pour la semaine, combien d’argent a-t-on gagné le lundi?
  - Pourquoi, d’après toi, les ventes de laits chocolatés augmentent-elles régulièrement au fil de la semaine?
- Réponds à la question suivante : Quand tu étudies un diagramme circulaire, quel type de questions devrais-tu te poser sur les informations qu’il montre?

- Effectuez des sondages dans la classe et demande aux élèves d'utiliser les résultats pour créer des diagrammes circulaires. Idées de sondages :
  - Combien d'enfants y a-t-il dans ta famille?
  - Quel type d'animal domestique as-tu?
  - Quel est le mois de ta date de naissance?
  - Quelle est la couleur de tes yeux?
  - Quelle est ton équipe de hockey préférée?
- Fais des recherches sur les chiffres les plus récents pour la population de Terre-Neuve-et-Labrador, de la Nouvelle-Écosse, du Nouveau-Brunswick et de l'Île-du-Prince-Édouard. Note ces chiffres récents et les chiffres d'il y a environ 20 ans sous la forme de deux diagrammes circulaires. Réponds aux questions suivantes :
  - Qu'est-ce qui, dans les diagrammes circulaires, te permet de dire quelles provinces ont connu le changement le plus important dans le chiffre de leur population?
  - Indique deux questions auxquelles les diagrammes circulaires que tu as dessinés permettraient de répondre?

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- sources de données accessibles
- calculettes
- compas, notamment compas de type Bullseye
- papier quadrillé
- cercles des centièmes
- magazines
- journaux
- rapporteurs
- tableurs ou logiciels de graphisme

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	**Élève**
▪ angle ▪ angle central ▪ annotation ▪ diagramme circulaire, diagramme à bandes ▪ légende ▪ rassembler, organiser, afficher, interpréter des données ▪ secteur ▪ somme	▪ angle ▪ angle central ▪ annotation ▪ diagramme circulaire, diagramme à bandes ▪ légende ▪ rassembler, organiser, afficher, interpréter des données ▪ secteur ▪ somme

Ressources/Notes

Imprimé

Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006b), p. 324
Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Module 4 – Le cercle et l'aire (n^{o} NSSBB : 2001640)
  - Section 4.6 – Interpréter un diagramme circulaire
  - Section 4.7 – Construire un diagramme circulaire
  - Technologie : *Utiliser un tableau pour construire des diagrammes circulaires*
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n^{o} NSSBB : 2001641)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n^{o} NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Internet

- « Circle Graphs Game », *Scweb4free* (Scweb4free.com, 2012) : www.scweb4free.com/circle.html
- « Circle Graphs », *Math Playground* (MathPlayground.com, 2014) : www.mathplayground.com/piechart.html
- « Kids' Zone, Learning with NCES : Create a Graph », Institute of Education Sciences, National Center for Education Statistics (Ministère de l'Éducation des États-Unis, 2015) : http://nces.ed.gov/nceskids/createagraph/
- « Data Analysis et Probability », National Library of Virtual Manipulatives (Utah State University, 2015) : http://nlvm.usu.edu/en/nav/topic_t_5.html
- « Circle Graph », *Interactive* (Shodor, 2015) : www.shodor.org/interactivate/activities/CircleGraph
- « Circle Grapher », *Illuminations: Ressources for Teaching Math* (National Council of Teachers of Mathematics, 2015) : http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4092
- « Graphique à secteurs », *Google* (Google, 2015) : https://support.google.com/docs/answer/190718?hl=fr&rd=1
- « Présenter vos données dans un graphique en secteurs », Microsoft Excel (Microsoft, 2014) : https://support.office.com/fr-ca/article/Présenter-vos-données-dans-un-graphique-en-secteurs-1a5f08ae-ba40-46f2-9ed0-ff84873b7863?ui=fr-FR&rs=fr-CA&ad=CA (diagrammes circulaires dans Microsoft Excel.)

RAS SP04 : On s'attend à ce que les élèves expriment les probabilités sous forme de rapports, de fractions et de pourcentages. [C, L, R, T, V]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

SP04.01 Déterminer la probabilité de l'un des résultats d'une expérience de probabilité et exprimer cette probabilité sous la forme d'un rapport, d'une fraction et d'un pourcentage.

SP04.02 Fournir un exemple d'évènement dont la probabilité est de 0 ou 0 p. 100 (impossible) et un exemple d'évènement dont la probabilité est de 1 ou 100 p. 100 (certain).

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 6	**Mathématiques 7**	**Mathématiques 8**
SP04 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris la probabilité en : • déterminant tous les résultats possibles d'une expérience de probabilité • faisant la distinction entre la probabilité expérimentale et la probabilité théorique • déterminant la probabilité théorique des résultats d'une expérience de probabilité • déterminant la probabilité expérimentale des résultats obtenus lors d'une expérience de probabilité • comparant, pour une expérience, les résultats expérimentaux et la probabilité théorique.	**SP04** : On s'attend à ce que les élèves expriment les probabilités sous forme de rapports, de fractions et de pourcentages.	**SP02** On s'attend à ce que les élèves résolvent des problèmes faisant intervenir la probabilité d'évènements indépendants.

Contexte

La probabilité indique dans quelle mesure l'évènement a des chances de se produire. En mathématiques de 6e année, les élèves ont calculé la probabilité d'un seul évènement. La probabilité concerne les prédictions sur l'occurrence de l'évènement à long terme et non des prédictions sur l'occurrence d'évènements isolés et ponctuels. On peut parfois obtenir la probabilité théorique en examinant attentivement les résultats possibles et en utilisant les règles de la probabilité. Par exemple, lorsqu'on tire à pile ou face, il y a deux résultats possibles, de sorte que la probabilité de tirer pile est, en théorie, $\frac{1}{2}$. Il arrive souvent que, dans les situations de la vie réelle faisant intervenir des probabilités, il ne soit pas possible de déterminer la probabilité théorique. Il faut s'appuyer sur l'observation de plusieurs essais (expériences) et une bonne estimation, qu'on peut souvent faire en rassemblant des données. On parle alors de probabilité expérimentale.

probabilité expérimentale = nombre de fois qu'un résultat se produit / nombre de fois qu'on effectue l'expérience

Lorsque les élèves rassemblent des données, il faut qu'ils apprennent que, à mesure que la taille de l'échantillon augmente, la probabilité expérimentale se rapproche de la valeur de la probabilité théorique.

La probabilité théorique d'un évènement est le rapport entre le nombre de résultats favorables à l'évènement et le nombre total de résultats possibles, quand tous les résultats possibles ont une chance égale de se produire. Pour dire les choses simplement, la probabilité théorique décrit ce qui « devrait » se produire et aide à faire des prédictions concernant la probabilité expérimentale.

probabilité théorique = nombre de résultats favorables / nombre total de résultats possibles

En mathématiques de 7e année, les élèves vont exprimer la probabilité de diverses manières : rapports, fractions et pourcentages. Au début du cours de mathématiques de 7e année, les élèves ont exprimé les pourcentages sous forme de nombres décimaux et de fractions (N03). La probabilité est un nombre situé entre 0 et 1 qui mesure la probabilité d'un évènement. La probabilité qu'un évènement particulier se produise est le rapport entre le nombre de résultats favorables et le nombre total de résultats possibles. Par exemple, la probabilité d'obtenir un nombre premier avec un dé à 10 faces numérotées de 1 à 10 peut s'exprimer de multiples façons :

- sous la forme d'un rapport : P(nombre premier) = 4:10 = 2:5
- sous la forme d'une fraction : P(nombre premier) = $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$
- sous la forme d'un pourcentage : P(nombre premier) = $\frac{4}{10} = \frac{40}{100}$ = 40 %

En mathématiques de 5e année, les élèves ont déterminé la probabilité d'un évènement en indiquant qu'il était impossible, possible ou certain. Les élèves vont désormais exprimer la probabilité d'un évènement impossible comme étant « 0 » ou « 0 % » et la probabilité d'un évènement certain comme étant « 1 » ou « 100 % ».

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut utiliser des tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Demandez aux élèves de créer une roue de la fortune avec trois résultats à probabilité égale et une autre roue de la fortune pour laquelle les trois résultats n'ont pas la même probabilité. Dites-leur de prédire la probabilité pour les résultats de chaque roue.
- Fournissez aux élèves un sac contenant 10 cubes verts et cinq cubes bleus. Demandez-leur de déterminer la probabilité théorique qu'ils tireront un cube bleu du sac.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Réponds aux questions suivantes :

2	4	1	1	2
1	1	4	1	3
3	5	2	2	3
2	4	1	2	1
3	2	5	3	1

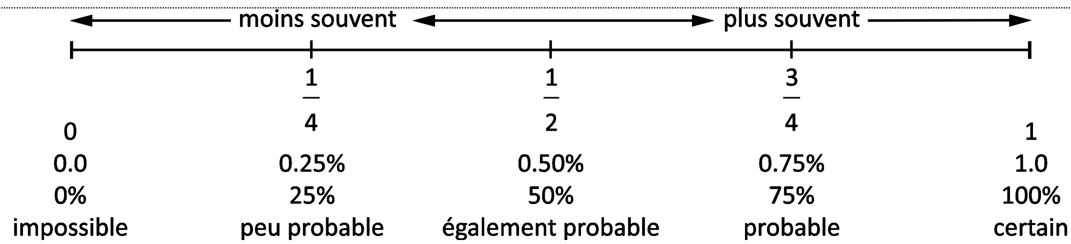
  - Le tableau ci-dessus montre les résultats quand on fait tourner une roue numérotée. Trouve les probabilités suivantes et exprime à chaque fois tes réponses sous la forme d'un rapport, d'une fraction et d'un pourcentage :
    - P(la roue s'arrête sur 2)
    - P(la roue s'arrête sur 5)
    - P(la roue s'arrête sur un nombre pair)
    - P(la roue s'arrête sur 7)
    - P(la roue s'arrête sur 1, 2, 3, 4 ou 5)
- On met dans un sac des carreaux portant les différentes lettres du mot CANADIAN.
  - Quelle est la probabilité de tirer la lettre A du sac?
  - Quelle est la probabilité de tirer une consonne du sac?
- Fournis un exemple de situation dont la probabilité est 0.
- Fournis un exemple de situation dont la probabilité est 1.
- Trouve la probabilité théorique pour chacune des situations suivantes faisant intervenir un dé à six faces :
  - probabilité d'obtenir un 4 en lançant le dé
  - probabilité d'obtenir un nombre pair en lançant le dé
  - probabilité d'obtenir un nombre supérieur à 2

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- S'assurer que les élèves comprennent bien que la probabilité peut se représenter sous de multiples formes. Pour obtenir cette compréhension, on peut, par exemple, préciser une forme particulière pour la réponse.
- Donner occasionnellement des questions sans préciser la forme de la réponse. On peut aussi donner à différents groupes le même problème, mais en leur demandant de présenter la réponse sous une forme différente. Lorsque les élèves discutent des résultats tous ensemble, inviter les élèves à observer les différentes formes des réponses et à discuter de ces différences ou à les expliquer. Ces activités devraient conduire les élèves à prendre conscience du fait que les différentes formes sont simplement différentes façons de représenter la même valeur.
- Passer en revue avec les élèves les points de repère et leurs liens avec la probabilité.



TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Crée un diagramme modèle pour la zone semblable pour Jill, qui a un pourcentage de 60 % pour les coups francs en basketball, et sers-toi-en pour déterminer si elle a plus de chances d'obtenir 0 point, 1 point ou 2 points. Dessiner le diagramme sur du papier quadrillé et utilise-le pour déterminer la probabilité d'obtenir 0 point, 1 point ou 2 points.
- Utilise les informations du tableau ci-dessous, qui montre les résultats obtenus quand on fait tourner une roue numérotée, pour trouver chacune des probabilités suivantes. Exprime à chaque fois ta réponse sous la forme d'un rapport, d'une fraction et d'un pourcentage.
  - P(la roue s'arrête sur 2)
  - P(la roue s'arrête sur 5)
  - P(la roue s'arrête sur un nombre pair)

2	1	2	4	1
3	2	3	5	2
3	5	1	2	3
1	1	1	4	3
4	2	2	1	1

- Qu'est-ce que cela signifie quand un évènement a une probabilité de 79 %? de $\frac{2}{3}$? de 1:5?
- Lorsque la probabilité est 0, cela signifie que l'évènement est impossible. Quand la probabilité est 1, cela signifie que l'évènement est certain. Décris une situation ayant une probabilité de 0,5. Explique ton raisonnement.
- Un sac contient 30 billes : 7 rouges, 6 noires, 4 jaunes, 5 orange et 8 vertes. Quelle est la probabilité de tirer une bille rouge du sac? Exprime ta réponse sous la forme d'un rapport, d'une fraction et d'un pourcentage.

- Kari dit que la probabilité qu'une personne ait son anniversaire en hiver est d'environ $\frac{1}{4}$. Andy dit qu'elle est d'environ 250:1000 et Carson dit qu'elle est d'environ 25 %. Qui a raison? Justifie-toi.
- Décris un évènement pour chacune des probabilités suivantes, en te servant d'un simple octaèdre (dé à huit faces).

  0   0,25   50 % $\frac{3}{4}$ 5:8 (indice : moins de 6)

- Quelle est la probabilité que Sarah obtienne un facteur de 6 quand elle lance un dé à six faces? Exprime ta réponse sous la forme d'un rapport, d'une fraction et d'un pourcentage.
- Quelle est la probabilité théorique :
  - de pointer du doigt au hasard un nombre premier dans un tableau de 100?
  - qu'un nombre à deux chiffres finissant par 3 soit également divisible par 3?
- À l'aide d'une échelle comportant les points de repère 0 (0 %), $\frac{1}{4}$ (25 %), $\frac{1}{2}$ (50 %), $\frac{3}{4}$ (75 %) et 1 (100 %), évalue la probabilité raisonnable des évènements suivants. Explique tes réponses.
  - Le prochain bébé qui naitra dans ta ville sera un garçon.
  - Il neigera au moins une fois lors du mois de juin.
  - Une personne survivra 6 mois sans eau.
  - Le soleil se couchera demain.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- cubes
- grille 10 × 10
- billes
- cubes numérotés
- roues numérotées

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ aléatoire	▪ aléatoire
▪ évènement	▪ évènement
▪ évènement certain	▪ évènement certain
▪ évènement dépendant	▪ évènement dépendant
▪ évènement impossible	▪ évènement impossible
▪ évènement indépendant	▪ évènement indépendant
▪ probabilité	▪ probabilité
▪ probabilité expérimentale	▪ probabilité expérimentale
▪ probabilité théorique	▪ probabilité théorique
▪ probable	▪ probable
▪ résultat	▪ résultat
▪ tableau ou table de fréquence	▪ tableau ou table de fréquence

Ressources/Notes

Imprimé

Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 3–5, vol. 2 (Van de Walle et Lovin, 2006a), p. 334–336

Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Module 7 – L'analyse de données (n° NSSBB : 2001640)
  - Section 7.5 – Des façons d'exprimer des probabilités
  - Jeu : Le jeu des bâtonnets
  - Problème du module : Jeux de société
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001641)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Internet

- « Probability [applet] », *Macmillan Education* (W. H. Freeman, 2015) : http://bcs.whfreeman.com/ips4e/cat_010/applets/Probability.html
- « Experimental Probability », *Interactive* (Shodor, 2015) : www.shodor.org/interactivate/activities/ExpProbability.
- « Data Analysis et Probability », National Library of Virtual Manipulatives (Utah State University 2015) : http://nlvm.usu.edu/en/nav/topic_t_5.html. (Dans la section « 6e à 8e année », sélectionnez « Coin Tossing » ou « Spinners ».)

RAS SP05 : On s'attend à ce que les élèves définissent l'espace d'échantillon (quand l'espace d'échantillon combiné a 36 éléments ou moins) pour une expérience de probabilité faisant intervenir deux évènements indépendants. [C, CM, RP]
[C] Communication **[RP]** Résolution de problèmes **[L]** Liens **[CM]** Calcul mental et estimations **[T]** Technologie **[V]** Visualisation **[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

SP05.01 Fournir un exemple de paire d'évènements indépendants :
- faire tourner une roulette ayant quatre secteurs et lancer un dé à huit faces;
- lancer une pièce de monnaie et lancer un dé à douze faces;
- lancer deux pièces de monnaie;
- lancer deux dés;

et expliquer pourquoi ces évènements sont des évènements indépendants

SP05.02 Définir l'espace d'échantillon (ensemble des résultats possibles) de chacun des deux évènements indépendants dans une expérience donnée en utilisant un diagramme en arbre, un tableau ou un autre outil d'organisation graphique.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 6	**Mathématiques 7**	**Mathématiques 8**
SP04 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris la probabilité en : • déterminant tous les résultats possibles d'une expérience de probabilité • faisant la distinction entre la probabilité expérimentale et la probabilité théorique • déterminant la probabilité théorique des résultats d'une expérience de probabilité • déterminant la probabilité expérimentale des résultats obtenus lors d'une expérience de probabilité comparant, pour une expérience, les résultats expérimentaux et la probabilité théorique.	**SP05** : On s'attend à ce que les élèves définissent l'espace d'échantillon (quand l'espace d'échantillon combiné a 36 éléments ou moins) pour une expérience de probabilité faisant intervenir deux évènements indépendants.	**SP02** On s'attend à ce que les élèves résolvent des problèmes faisant intervenir la probabilité d'évènements indépendants.

Contexte

On a présenté le concept de probabilité aux élèves en mathématiques de 5e année et ils ont fait des expériences de probabilité et défini la probabilité comme étant l'éventualité qu'un évènement se produise par rapport à l'ensemble des résultats possibles.

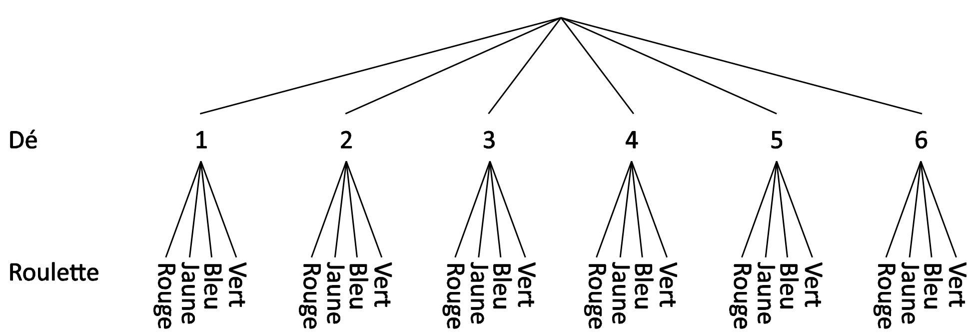
En mathématiques de 6e année, les élèves ont mis en évidence tous les résultats possibles d'une expérience de probabilité concernant un évènement ponctuel. En mathématiques de 7e année, l'étude de l'espace d'échantillon (liste de tous les résultats possibles) est limitée à deux évènements indépendants. Deux évènements sont considérés comme indépendants si le résultat de l'un ne dépend pas du résultat de l'autre et n'a pas d'influence sur le résultat de l'autre. Il faudrait que les élèves comprennent que le fait de faire tourner une roue à quatre sections, par exemple, n'affecte en aucun cas le nombre sur lequel un dé à huit faces va tomber quand on le lance.

Les élèves font souvent l'erreur, quand ils lancent deux pièces de monnaie ou deux dés, de faire la distinction entre les deux évènements, en particulier quand on en combine les résultats. Lorsqu'ils déterminent la probabilité qu'ils obtiennent une fois pile et une fois face quand ils lancent deux pièces de monnaie, certains élèves risquent de traiter PF et FP comme le même résultat. Le fait de bien définir l'espace d'échantillon avant de calculer la probabilité devrait aider les élèves à éviter une telle erreur.

Les résultats possibles peuvent être représentés sous la forme d'un diagramme en arbre ou d'un tableau. Les élèves exploreront plusieurs façons d'organiser l'espace d'échantillon pour deux évènements indépendants.

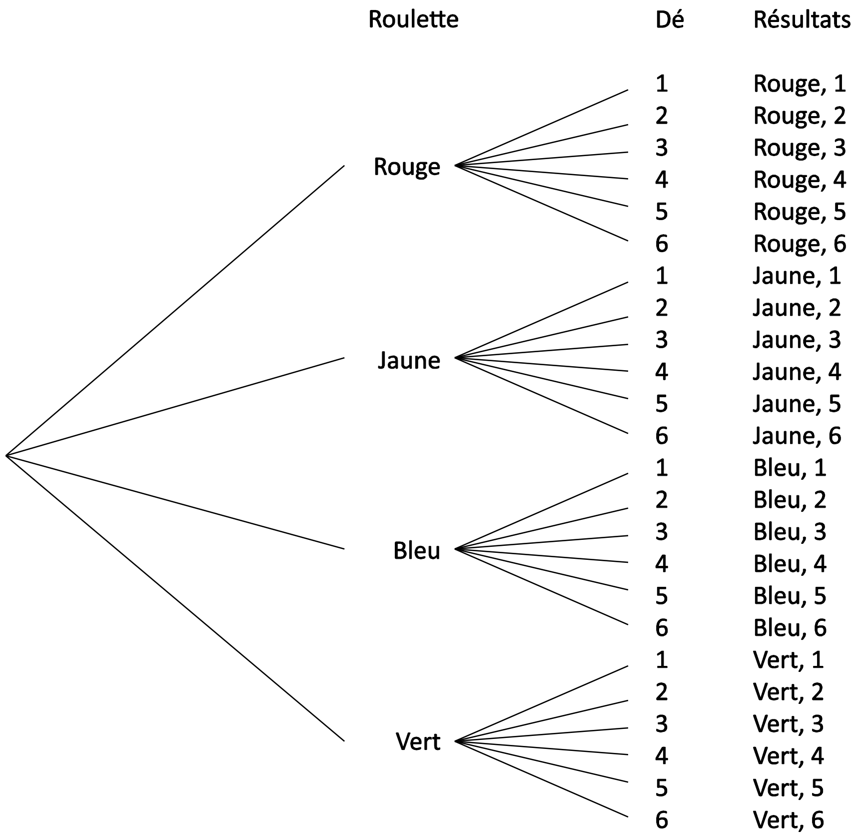
Exemple : Les élèves peuvent présenter l'espace d'échantillon pour un dé ordinaire à six faces, numérotées de 1 à 6, et une roue à quatre couleurs (rouge, jaune, bleu et vert), sous la forme soit d'un tableau soit d'un diagramme en arbre horizontal ou vertical.

Diagramme en arbre vertical



Résultats **1R, 1J, 1B, 1V, 2R, 2J, 2B, 2V, 3R, 3J, 3B, 3V,**
4R, 4J, 4B, 4V, 5R, 5J, 5B, 5V, 6R, 6J, 6B, 6V

Diagramme en arbre horizontal



		Die					
		1	2	3	4	5	6
Spinner	Red	R,1	R,2	R,3	R,4	R,5	R,6
	Yellow	Y,1	Y,2	Y,3	Y,4	Y,5	Y,6
	Blue	B,1	B,2	B,3	B,4	B,5	B,6
	Green	G,1	G,2	G,3	G,4	G,5	G,6

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d’évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut utiliser des tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Fournissez aux élèves un dé à 10 faces et dites-leur de déterminer la probabilité théorique d’obtenir un nombre premier (2, 3, 5, 7). Dites aux élèves de lancer le dé 5 fois, 10 fois et 50 fois et de comparer la probabilité expérimentale dans chaque cas à la probabilité théorique. Demandez-leur l’expliquer pourquoi il est important d’avoir plus que quelques tentatives pour une expérience de probabilité.

- Invitez les élèves à expliquer en quoi une expérience scientifique ressemble à une expérience de probabilité. Ils devraient se concentrer sur les différences entre la théorie / l'hypothèse et les résultats expérimentaux.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Détermine l'espace d'échantillon (l'ensemble des résultats possibles) pour les situations suivantes, à l'aide d'un tableau ou d'un diagramme en arbre.
  - Jesse a trois chandails et deux paires de culottes courtes. Combien de tenues différentes peut-elle créer?
  - Un menu propose un forfait spécial avec un hot dog ou un hamburger et, au choix, une pomme, une banane ou une orange pour le dessert. Combien de combinaisons différentes sandwich + dessert peut-on commander?
  - Ling a acheté un nouveau téléphone portable. Il peut choisir entre une gaine en plastique et une gaine en cuir et il a le choix entre plusieurs couleurs : noir, vert, bleu et rouge. Combien de combinaisons différentes sont possibles pour la gaine et la couleur?
- Réponds à des questions comme les suivantes : Bob adore porter des tenues avec des combinaisons de couleurs intéressantes. Dans son placard, il a diverses chemises et pantalons. Il a des chemises bleues, vertes, jaunes, rouges, orange et roses. Pour les pantalons, il peut choisir entre des culottes courtes, des jeans, des pantalons de ville et des pantalons de détente.
  - Quels sont les deux évènements indépendants?
  - Explique pourquoi ces évènements sont indépendants.
  - Définis, à partir d'une méthode appropriée, l'espace d'échantillon qui décrit toutes les combinaisons possibles de chemises et de pantalons que Bob peut créer.
  - La maman de Bob lui achète une nouvelle chemise pourpre. Combien de tenues différentes peut-il créer maintenant?

Planification de l'enseignement

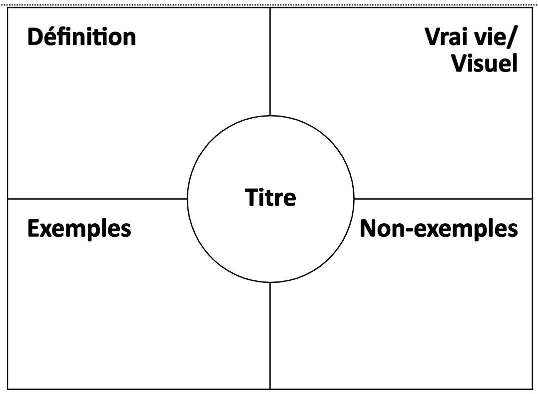
CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Clarifier la terminologie utilisée en probabilité : espace d'échantillon, résultats, évènements, résultats à probabilité égale, résultats à probabilité inégale et essais.
- Fournir des exemples et des contre-exemples d'évènements indépendants, pour approfondir la compréhension qu'ont les élèves des évènements indépendants.
- Fournir divers articles à manipuler pour illustrer des évènements indépendants : pièces de monnaie, dés, roues, jeux de cartes, objets dans un sac, etc.

Tâches suggérées pour l’apprentissage

- Avec un modèle de Frayer, remplis les sections, seul ou avec d’autres élèves, pour mieux comprendre le concept d’évènements indépendants.



- Prédis la probabilité d’avoir toutes les réponses justes à un test ayant cinq questions à choix multiples et quatre options pour chaque question, sin on répond aux questions de façon aléatoire. Détermine l’espace d’échantillon en créant un diagramme en arbre ou un tableau.
- Tu aides ta petite sœur à choisir sa tenue. Dans son placard, elle a le choix entre divers hauts et bas. Pour le haut, elle a des T-shirts bleus, verts, jaunes, rouges, orange et roses. Pour le bas, elle a une jupe, une paire de culottes courtes, un pantalon capri et des jeans.
  - Quels sont les deux évènements indépendants dans cet exemple? Explique pourquoi ces évènements sont indépendants.
  - Définis, à l’aide d’une méthode appropriée, l’espace d’échantillon qui décrit toutes les combinaisons possibles de hauts et de bas que tu peux créer pour ta petite sœur.
  - Ta mère achète à ta sœur une nouvelle chemise pourpre. Combien de tenues différentes peux-tu créer maintenant?
- Pour chaque paire d’évènements ci-dessous, décide si les évènements sont indépendants ou non et explique ton raisonnement.
  - Jeter un dé puis jeter un dé différent.
  - Jeter un dé puis jeter le même dé.
  - Tirer un nom d’un chapeau et tirer un deuxième nom du chapeau sans remettre le premier dans le chapeau.
  - Choisir un élève de 7^e^ année et choisir un élève de 8^e^ année.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D’ARTICLES À MANIPULER

- cartes
- pièces de monnaie
- carreaux de couleur ou cubes emboitables
- dés avec nombres de faces différents
- cubes numériques
- roues et dés sur SmartBoard et Mimio
- diverses roues, y compris des roues numériques

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ aléatoire	▪ aléatoire
▪ diagramme en arbre	▪ diagramme en arbre
▪ espace d'échantillon	▪ espace d'échantillon
▪ essai	▪ essai
▪ évènement	▪ évènement
▪ évènement certain	▪ évènement certain
▪ évènement dépendant	▪ évènement dépendant
▪ évènement impossible	▪ évènement impossible
▪ évènement indépendant	▪ évènement indépendant
▪ évènements à probabilité inégale	▪ évènements à probabilité inégale
▪ probabilité	▪ probabilité
▪ probabilité expérimentale	▪ probabilité expérimentale
▪ probabilité théorique	▪ probabilité théorique
▪ probable	▪ probable
▪ résultat	▪ résultat
▪ résultat possible	▪ résultat possible
▪ résultats à probabilité égale	▪ résultats à probabilité égale
▪ tableau statistique	▪ tableau statistique
▪ taille de l'échantillon	▪ taille de l'échantillon

Ressources/Notes

Imprimé

Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 3–5, vol. 2 (Van de Walle et Lovin, 2006a), p. 341–342
Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Module 7 – L'analyse de données (nº NSSBB : 2001640)
  - Section 7.6 – Les diagrammes en arbre
  - Jeu : Le jeu des bâtonnets
  - Problème du module : Jeux de société
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (nº NSSBB : 2001641)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (nº NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Internet

- « Adjustable Spinner », *Illuminations: Ressources for Teaching Math* (National Council of Teachers of Mathematics, 2015) : http://illuminations.nctm.org/adjustablespinner

- « Unnamed [virtual spinner] », *Math Playground* (MathPlayground.com, 2015) : www.mathplayground.com/probability.html
- « Unnamed [virtual spinner] », National Library of Virtual Manipulatives (Utah State University, 2015) : http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_186_g_1_t_1.html?open=activities
- « Virtual Dice », *Birmingham Grid for Learning* (Birmingham City Council, 2015) : www.bgfl.org/bgfl/custom/resources_ftp/client_ftp/ks1/maths/dice/index.htm

RAS SP06 : On s'attend à ce que les élèves effectuent une expérience de probabilité afin de comparer la probabilité théorique (déterminée à l'aide d'un diagramme en arbre, d'un tableau ou d'un autre outil d'organisation graphique) et la probabilité expérimentale de deux évènements indépendants. [C, RP, R, T]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

SP06.01 Déterminer la probabilité théorique d'un résultat donné faisant intervenir deux évènements indépendants.

SP06.02 Mener une expérience de probabilité à la suite de deux évènements indépendants, avec ou sans l'aide de la technologie, afin de comparer la probabilité expérimentale et la probabilité théorique.

SP06.03 Résoudre un problème de probabilité donné faisant intervenir deux évènements indépendants.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 6	**Mathématiques 7**	**Mathématiques 8**
SP04 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris la probabilité en : • déterminant tous les résultats possibles d'une expérience de probabilité • faisant la distinction entre la probabilité expérimentale et la probabilité théorique • déterminant la probabilité théorique des résultats d'une expérience de probabilité • déterminant la probabilité expérimentale des résultats obtenus lors d'une expérience de probabilité comparant, pour une expérience, les résultats expérimentaux et la probabilité théorique.	**SP06** : On s'attend à ce que les élèves effectuent une expérience de probabilité afin de comparer la probabilité théorique (déterminée à l'aide d'un diagramme en arbre, d'un tableau ou d'un autre outil d'organisation graphique) et la probabilité expérimentale de deux évènements indépendants.	**SP02** On s'attend à ce que les élèves résolvent des problèmes faisant intervenir la probabilité d'évènements indépendants.

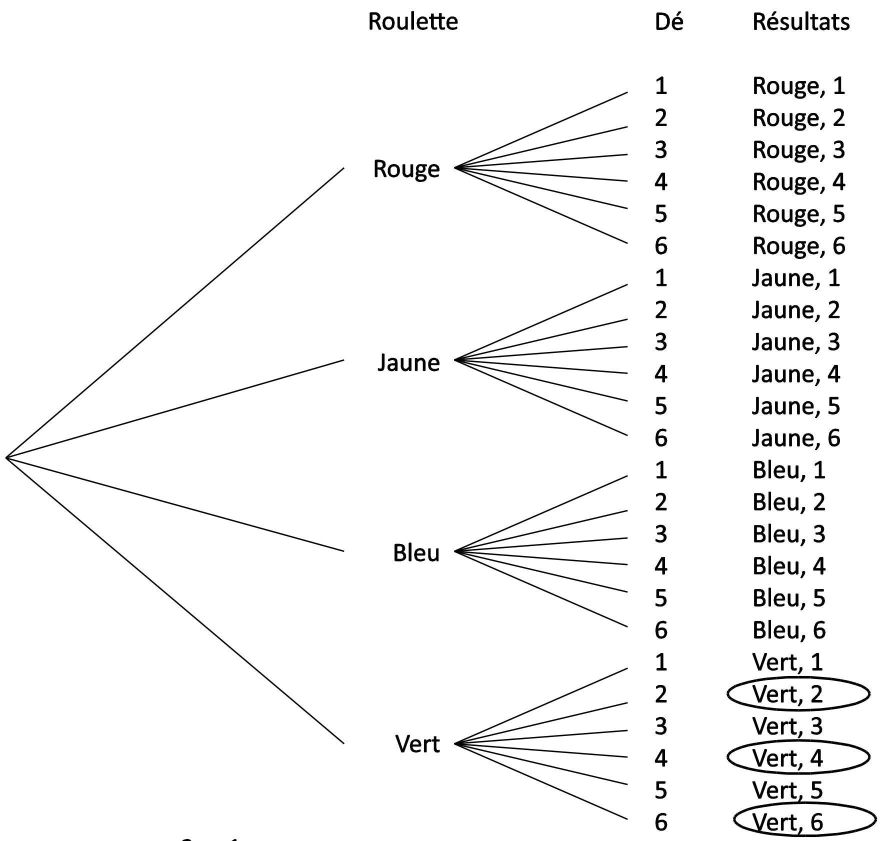
Contexte

En mathématiques de 6e année, les élèves ont déterminé la probabilité théorique et la probabilité expérimentale d'un évènement unique. En mathématiques de 7e année, les élèves effectueront des expériences pour comparer la probabilité théorique de deux évènements indépendants à leur probabilité expérimentale et noteront leurs résultats à l'aide d'outils d'organisation graphique.

La probabilité théorique d'un évènement est le rapport entre le nombre de résultats favorables à cet évènement et le nombre de résultats possibles, lorsque tous les résultats ont une probabilité égale. Les élèves utilisent l'espace d'échantillon pour déterminer le nombre de résultats favorables et le nombre de résultats possibles. Ils présentent ensuite cette proportion sous la forme d'un rapport, d'un pourcentage ou d'une fraction. En mathématiques de 8e année, les élèves détermineront la probabilité d'évènements indépendants sous la forme du produit des probabilités des différents évènements se produisant séparément, après qu'ils auront étudié la multiplication des fractions.

Dans l'exemple du dé ou de la roue du résultat d'apprentissage précédent, si on demandait aux élèves la probabilité théorique d'obtenir un nombre pair ou la couleur verte, ils encercleraient tous les résultats possibles dans l'espace d'échantillon à l'aide d'un outil d'organisation graphique quelconque.

En utilisant un diagramme en arbre



$P(\text{even}, \text{vert}) = \frac{3}{24} = \frac{1}{8} = 1.8 = 0.125 = 12.5\%$

Il faudrait, par exemple, que les élèves se rendent compte que, dans de nombreuses situations, il n’est pas possible de parler de probabilité égale. Lorsqu’on laisse tomber une punaise, la probabilité théorique qu’elle tombe du côté plat ou du côté de la pointe est plus difficile à déterminer. Dans de tels cas, on effectue des expériences ou simulations pour déterminer la « probabilité expérimentale ».

Avant d’effectuer des expériences, il faudrait que les élèves prédisent la probabilité à chaque fois que c’est possible et utilisent l’expérience pour confirmer ou infirmer la prédiction. On peut utiliser des choses comme des roues, des dés, des pièces de monnaie ou des billes de couleur pour les expériences. On peut aussi faire des simulations avec des calculettes graphiques, des simulations virtuelles ou des logiciels.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d’évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut utiliser des tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

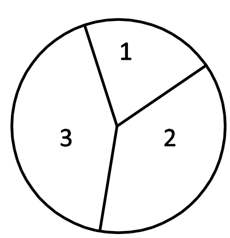
- Mettez les élèves par deux et fournissez-leur 24 cubes emboitables de différentes couleurs et un sac en papier. Dites-leur de déterminer la probabilité théorique de tirer chaque couleur du sac. Ensuite, dites-leur de faire l’expérience en tirant un cube à la fois du sac et en le remettant dans le sac, 50 fois de suite. Comparez les probabilités théorique et expérimentale et discutez-en.

TÂCHES D’ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches** suivants (que vous pouvez adapter) soit pour l’évaluation au service de l’apprentissage (formative) soit pour l’évaluation de l’apprentissage (sommative).

- On a effectué une expérience de probabilité consistant à lancer une « pièce non truquée » et à faire tourner une roue comme celle indiquée ci-dessous. Le tableau ci-dessous récapitule les résultats de l’expérience.

Résultats	Dénombrement
H1	卌 卌 卌 //
H2	卌 卌 ////
H3	卌 卌 卌 ////
T1	卌 卌 卌
T2	卌 卌 卌 ///
T3	卌 卌 卌 //



Combien d’essais l’expérience a-t-elle comportés? Justifie-toi.

– Quelle est la probabilité expérimentale qu’on obtienne « pile » et un nombre impair sur la roue? Justifie-toi.
– Quelle est la probabilité théorique qu’on obtienne « pile » et un nombre impair sur la roue? Justifie-toi.

  - Compare les réponses ci-dessus et explique la différence, s'il y en a une. Quelle serait la probabilité théorique d'obtenir « pile » et un nombre impair si la roue avait des résultats de probabilité inégale, comme dans l'illustration ci-dessus? Montre tout ton travail.

  On peut modifier cette expérience pour inclure une roue avec plus de trois sections.

- On a une expérience de probabilité qui consiste à lancer deux dés non truqués à six faces.
  - Est-ce que cette expérience décrit deux évènements indépendants? Justifie-toi.
  - Dessine un diagramme en arbre ou crée un tableau montrant tous les résultats possibles pour cette expérience.
  - Trouve la probabilité théorique d'obtenir une somme de 5 avec les deux dés dans cette expérience. Montre tout ton travail.
  - Décris comment l'expérience se déroulerait si tu utilisais deux roues au lieu de deux dés à six faces.
- Décris comment tu pourrais déterminer la probabilité expérimentale de répondre correctement à 7 des 10 questions dans un test « vrai ou faux » en se contentant de deviner les réponses.
- Trois élèves jouent à un jeu à pile ou face dans lequel on gagne des points selon les règles suivantes :
  - Le joueur A gagne un point si, quand il lance deux fois la pièce, il obtient deux fois « pile ».
  - Le joueur B gagne un point si, quand il lance deux fois la pièce, il obtient deux fois « face ».
  - Le joueur C gagne un point si, quand il lance deux fois la pièce, il obtient une fois « pile » et une fois « face ».

  Les élèves jouent au jeu 20 fois. Le joueur qui a le plus de points gagne.

  Dans la discussion sur cette activité, on se concentre sur des questions telles que les suivantes :

  - Est-ce qu'il y a un joueur qui a plus de chances de gagner? Qu'est-ce qui vous permet de le dire? Pourquoi ce joueur a-t-il plus de chances? Est-ce que ce joueur va probablement gagner la prochaine partie? Est-ce que ce joueur a la garantie de gagner la prochaine partie?
  - De combien de manières différentes peut-on obtenir deux fois « pile »? Deux fois « face »? Une fois « pile » et une fois « face »?
  - Ce jeu est-il équitable? Il sera utile d'examiner à la fois la probabilité théorique et la probabilité expérimentale.

- Le petit frère de Samantha a enlevé toutes les étiquettes sur les conserves de soupe dans la cuisine. Il a également enlevé les étiquettes sur les conserves de fruits. Il y a quatre conserves de soupe de tomate, deux conserves de soupe de poulet et une conserve de soupe de champignons. Il y a deux conserves de pêches et une conserve de poires. Les conserves de soupe et de fruits ont différentes tailles. Si on ouvre une conserve de soupe et une conserve de fruits, quelle est la probabilité que la combinaison soit la soupe de poulet et les pêches?
- Conçois ta propre expérience faisant intervenir deux évènements indépendants. Inclus la solution au problème.

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

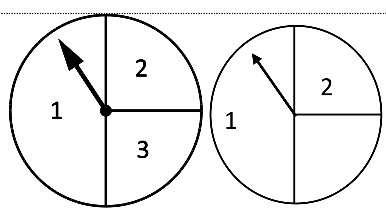
Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Effectuer des expériences systématiques dans lesquelles

  - le problème et les présupposés sous-jacents sont clairement définis;
  - on choisit un modèle pour produire les résultats nécessaires;
  - on effectue un grand nombre d'essais et on enregistre les résultats;
  - on résume les informations pour tirer une conclusion.
- S'appuyer sur la compréhension qu'ont acquise les élèves de la probabilité expérimentale et de la probabilité théorique au niveau scolaire précédent en se concentrant sur un seul acte et la prolonger pour qu'elle inclue deux évènements indépendants (deux actes séparés).
- S'assurer que les élèves utilisent la terminologie appropriée en probabilité.
- Incorporer l'utilisation de la technologie une fois que les élèves ont fait des travaux pratiques avec des expériences faisant intervenir des évènements indépendants.
- Fournir divers articles à manipuler pour illustrer des évènements indépendants : pièces de monnaie, dés, roues, cartes tirées de jeux, objets dans un sac replacés dans le sac après avoir été tirés, etc.
- Dire aux élèves de prédire les résultats d'une expérience quelconque faisant intervenir des évènements indépendants en utilisant la probabilité théorique.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Proposez aux élèves divers jeux à deux joueurs avec des dés, lors desquels on lance deux dés et on a certaines règles concernant les deux nombres obtenus. Dites aux élèves de prédire si les jeux seront équitables. Encouragez les élèves à justifier leurs prédictions et à jouer ensuite aux jeux, en faisant au moins 30 essais pour les explorer.
- Dites aux élèves qu'on a effectué une expérience en lançant deux pièces non truquées. Demandez-leur d'estimer combien de fois, lors d'une expérience avec 64 essais, on peut s'attendre à avoir « pile » pour les deux pièces. Dites aux élèves d'expliquer leur raisonnement. Dites aux élèves de se mettre par deux et d'effectuer l'expérience, chaque groupe faisant 10 ou 20 essais. Rassemblez les résultats pour obtenir 64 essais et ajoutez encore d'autres essais si nécessaire, pour montrer que la probabilité expérimentale se rapproche de la probabilité théorique à mesure que le nombre d'essais augmente. Dites-leur de calculer la probabilité expérimentale qu'on obtienne deux fois « pile » quand on lance deux pièces. Dites-leur de comparer la probabilité expérimentale à la probabilité théorique. On peut prolonger cette activité en disant aux élèves de lancer trois pièces et d'explorer le nombre de fois qu'ils obtiennent deux fois « pile » sur les trois pièces.
- Effectuez une expérience dans laquelle les élèves font tourner une roue comme celle ci-dessous deux fois et trouvent la somme des nombres obtenus. Demandez-leur de prédire la somme qui apparaitra le plus souvent. Dire aux élèves de se mettre par deux pour faire l'expérience, chaque groupe de deux faisant 10 ou 20 essais. Rassemblez les résultats pour obtenir au moins 100 essais. Dire aux élèves de comparer les résultats expérimentaux à leur prédiction et d'expliquer pourquoi il peut y avoir des différences.



- Donnez aux élèves un gobelet en carton et demandez-leur de trouver la probabilité qu'il tombe sur son fond quand on le laisse tomber. Ils devraient voir qu'il s'agit d'un exemple de situation dans laquelle il est impossible de trouver la probabilité théorique et ont donc à effectuer une expérience pour trouver la probabilité.

- Dites aux élèves de répondre aux questions suivantes :
  - Matthew a un iPod tout neuf qui ne contient que cinq chansons. Ces chansons sont toutes différentes. Il appuie sur le bouton « Shuffle » pour sélectionner une chanson au hasard. L'iPod joue la chanson préférée de Matthew. À la fin de la chanson, Matthew appuie de nouveau sur le bouton pour obtenir une autre chanson au hasard.
    - Organise l'espace d'échantillon (les résultats possibles) pour choisir deux chansons au hasard.
    - Quelle est la probabilité que Matthew entendra deux fois de suite sa chanson préférée? Montre clairement comment tu es parvenu à ta réponse.
  - Lors d'un carnaval, tu peux gagner un prix si tu lances deux dés et si la somme est un nombre premier. Laquelle des options suivantes te donne le plus de chances de gagner un prix? Explique ton raisonnement.
    - lancer deux dés à six faces
    - lancé un dé à six faces et un dé à quatre faces
  - On a une expérience de probabilité qui consiste à lancer deux dés non truqués à six faces.
    - Est-ce que cette expérience décrit deux évènements indépendants? Justifie-toi.
    - Dessine un diagramme en arbre ou crée un tableau pour montrer tous les résultats possibles de cette expérience.
    - Trouve la probabilité théorique qu'on obtienne une somme de cinq pour les deux dés dans cette expérience. Montre tout ton travail.
    - Décris la même expérience, mais avec deux roues au lieu de deux dés à six faces.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- carreaux colorés
- dés avec divers nombres de faces
- versions électroniques de roues et de dés
- cubes emboitables
- cubes numériques
- roues et dés sur SmartBoard et Mimio
- diverses roues

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ aléatoire ▪ diagramme en arbre ▪ espace d'échantillon ▪ évènement ▪ évènement certain ▪ évènement dépendant ▪ évènement impossible ▪ évènement indépendant ▪ fréquence relative ▪ probabilité ▪ probabilité expérimentale	▪ aléatoire ▪ diagramme en arbre ▪ espace d'échantillon ▪ évènement ▪ évènement certain ▪ évènement dépendant ▪ évènement impossible ▪ évènement indépendant ▪ fréquence relative ▪ probabilité ▪ probabilité expérimentale

Enseignant	Élève
▪ probabilité théorique ▪ probable ▪ résultat ▪ résultat favorable ▪ résultat possible ▪ tableau ou table statistique ▪ taille de l’échantillon	▪ probabilité théorique ▪ probable ▪ résultat ▪ résultat favorable ▪ résultat possible ▪ tableau ou table statistique ▪ taille de l’échantillon

Ressources

Imprimé

Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 3–5, vol. 2 (Van de Walle et Lovin, 2006a), p. 341–342

Chenelière mathématiques 7 (Garneau *et al.*, 2007)

- Module 7 – L’analyse de données (n° NSSBB : 2001640)
  - Section 7. 6 – Les diagrammes en arbre
  - Problème du module : *Jeux de société*
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001641)
  - fiches d’évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001641)
  - pages du manuel de l’élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

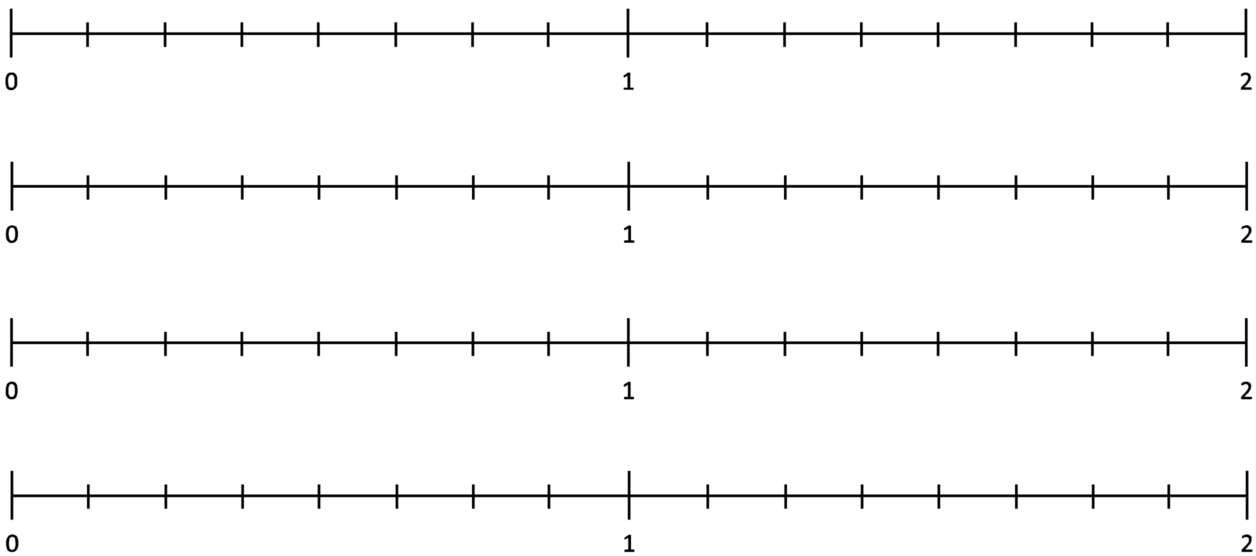
Internet

- « Adjustable Spinner », *Illuminations: Ressources for Teaching Math* (National Council of Teachers of Mathematics 2015) : http://illuminations.nctm.org/adjustablespinner
- « Unnamed [virtual spinner] », *Math Playground* (MathPlayground.com, 2015) : www.mathplayground.com/probability.html
- « Unnamed [virtual spinner] », National Library of Virtual Manipulatives (Utah State University, 2015) : http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_186_g_1_t_1.html?open=activities
- « Virtual Dice », *Birmingham Grid for Learning* (Birmingham City Council, 2015) : www.bgfl.org/bgfl/custom/resources_ftp/client_ftp/ks1/maths/dice/index.htm

Annexes

Annexe A – Droites numériques pour les fractions

Droites numériques fractionnaires



Annexe B – Trois à relier : l’addition de fractions

Matériel

- 2 trombones
- environ 20 jetons par joueur, chaque ensemble d’une couleur différente
- plateau de jeu

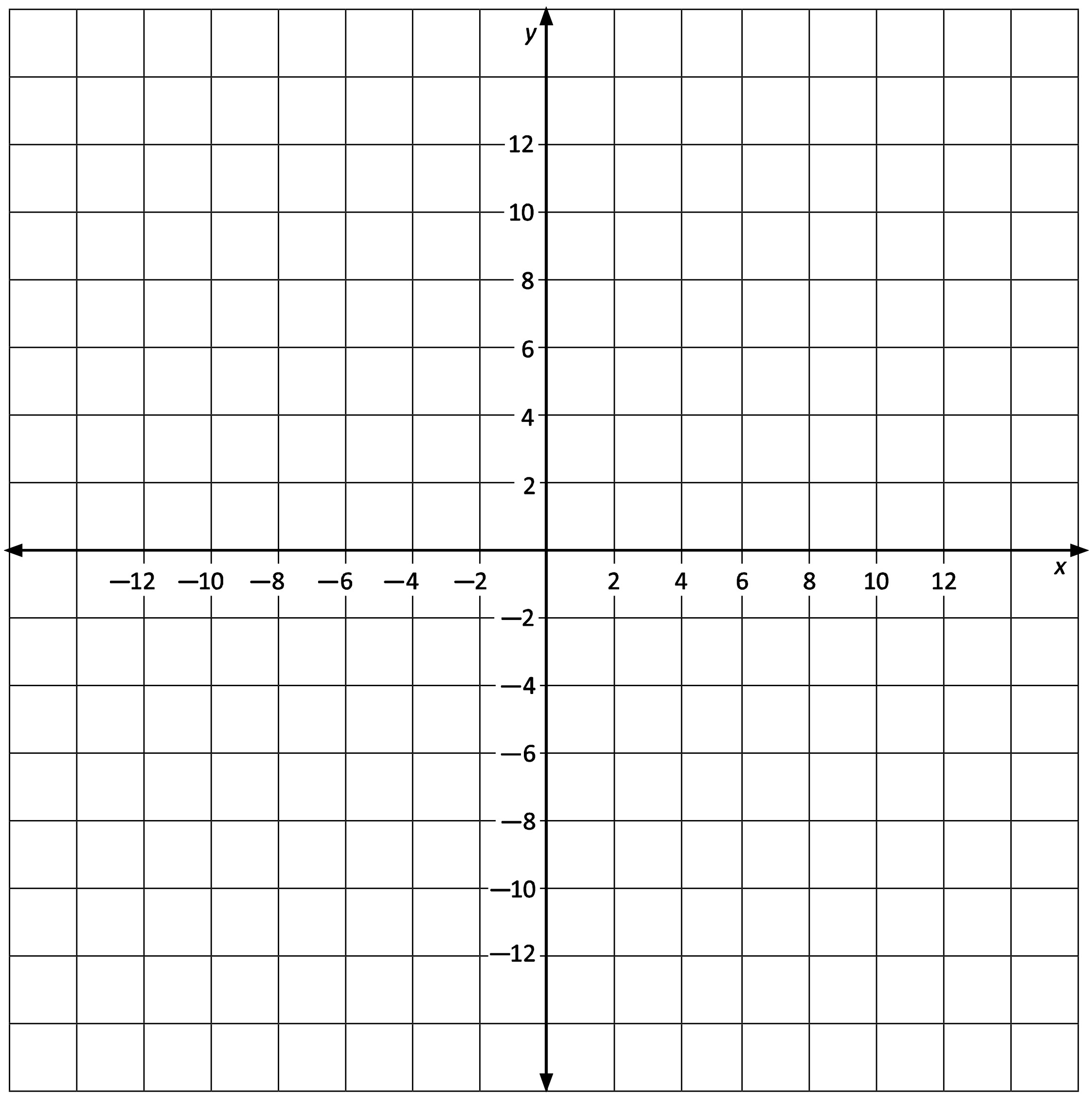
Règle du jeu

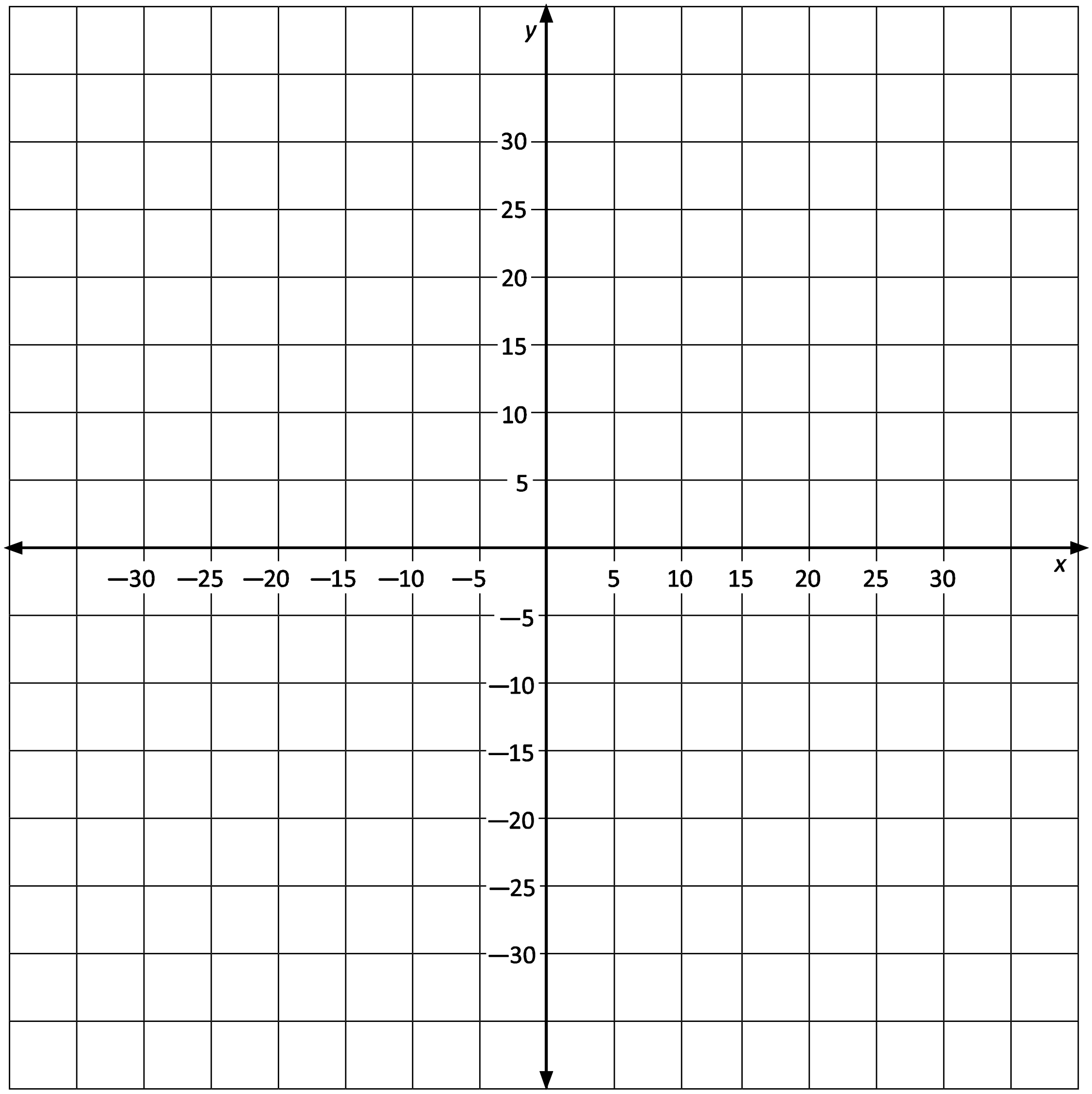
Le premier joueur met les trombones sur deux fractions sur la bande de fractions sous le plateau de jeu. Ce joueur utilise ensuite un des jetons de couleur pour couvrir la somme de ces deux fractions sur un carreau du plateau de jeu.

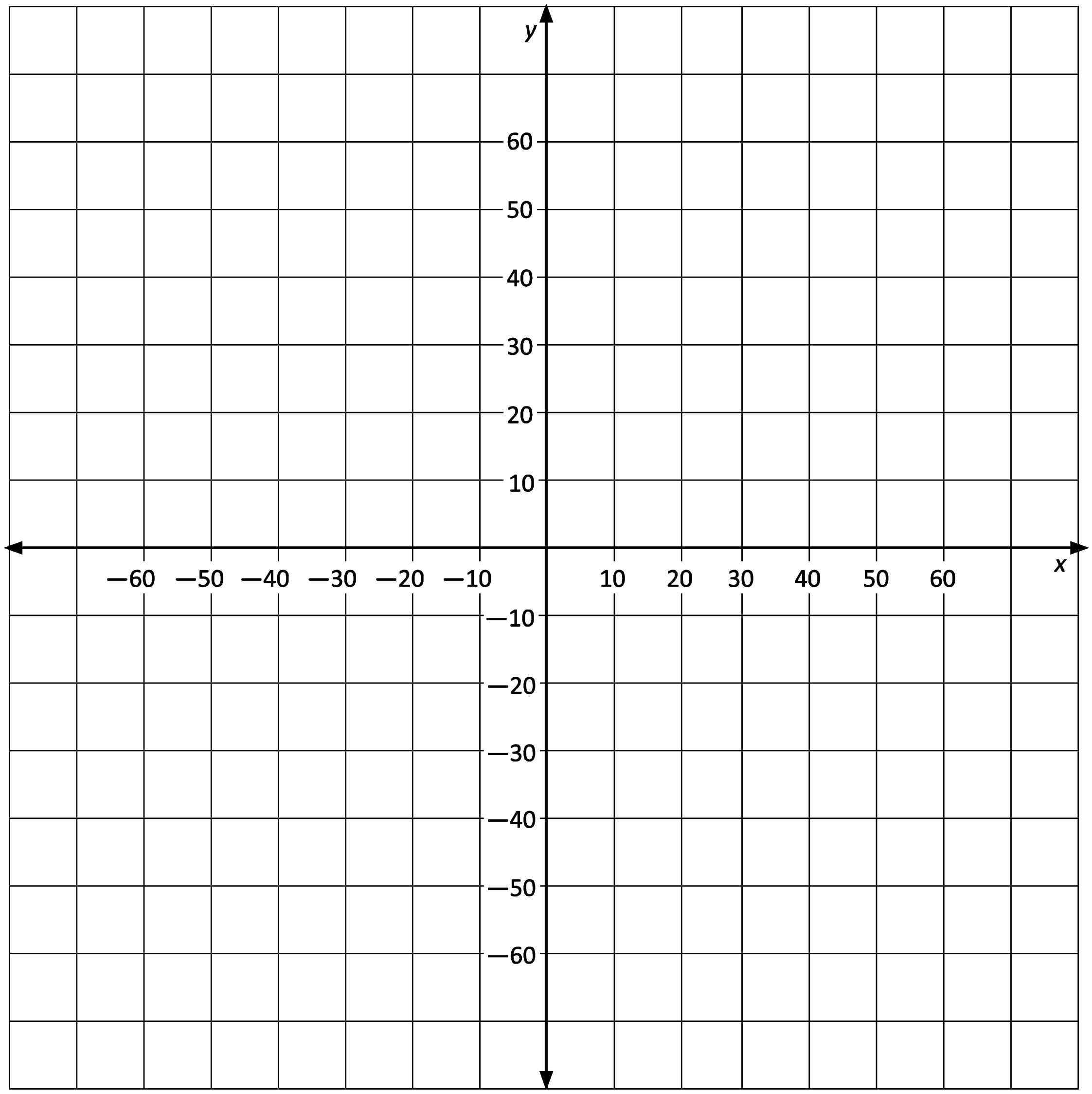
Le deuxième joueur déplace un des trombones seulement pour créer une deuxième somme. (On peut avoir deux trombones sur la même fraction.) Le deuxième joueur met ensuite un jeton sur la somme des deux fractions sur le plateau de jeu.

On alterne ensuite jusqu'à ce qu’un des joueurs relie trois jetons de sa couleur soit horizontalement, soit verticalement, soit en diagonale. Bien entendu, chaque joueur cherchera à bloquer l’autre. Il peut donc y avoir un gros effort de stratégie dans ce jeu.

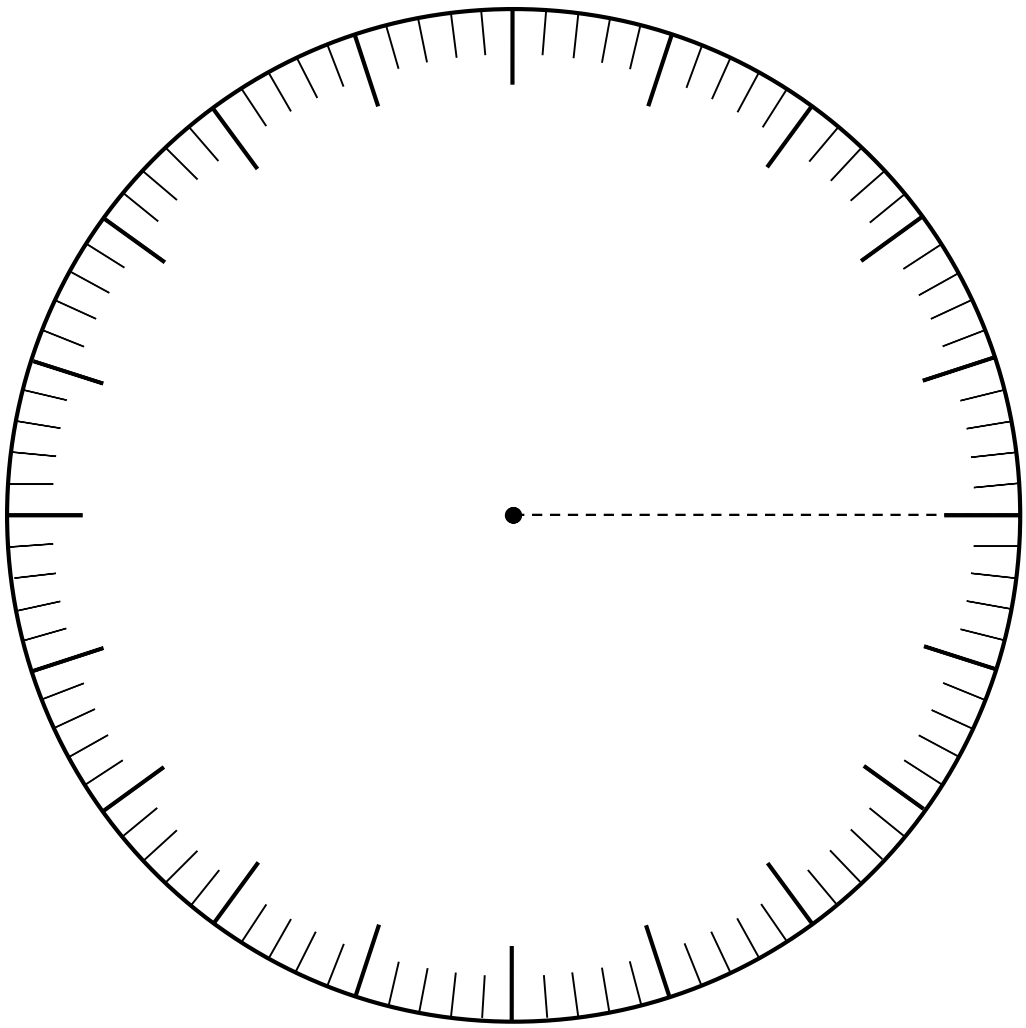
Annexe C – Plans cartésiens : par sauts de 2, 5 et 10




y
x
30
25
20
15
10
5
—5
—10
—15
—20
—25
—30
—30 —25 —20 —15 —10 —5
5 10 15 20 25 30


y
60
50
40
30
20
10
—60 —50 —40 —30 —20 —10
10 20 30 40 50 60
x
—10
—20
—30
—40
—50
—60

Annexe D – Cercle des centièmes



Bibliographie

ALBERTA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *The Alberta K–9 Mathematics Program of Studies with Achievement Indicators*, Edmonton (Alb.), Province de l'Alberta, 2007.

AMERICAN ASSOCIATION FOR THE ADVANCEMENT OF SCIENCE. *Benchmark for Science Literacy*, New York, NY, Oxford University Press, 1993.

ARMSTRONG, T. *Seven Kinds of Smart: Identifying et Developing Your Many Intelligences*, New York, NY, Plume, 1999.

BBC. « Unnamed [mode, median, mean] », *BBC,* 2015. Sur Internet : www.bbc.co.uk/schools/teachers/ks2_activities/maths/activities/modemedianmean.swf

BIRMINGHAM CITY COUNCIL. « Virtual Dice », *Birmingham Grid for Learning,* 2015. Sur Internet : www.bgfl.org/bgfl/custom/resources_ftp/client_ftp/ks1/maths/dice/index.htm

BLACK, P. et D. WILIAM. « Inside the Black Box: Raising Standards through Classroom Assessment », *Phi Delta Kappan* 80, n° 2 (octobre 1998), p. 139–144, p. 146–148.

COLOMBIE-BRITANNIQUE. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *The Primary Program: A Framework for Teaching*, Victoria (C.-B.), Province de la Colombie-Britannique, 2000.

CAINE, R. N. et G. CAINE. *Making Liens: Teaching et the Human Brain*, Reston, VA, Association for Supervision et Curriculum Development, 1991.

CHAPIN, S. H. et A. JOHNSON. *Math Matters: Understanding the Math You Teach*, 2e édition, Sausalito, CA, Math Solutions, 2006.

CUT-THE-KNOT.ORG. « Area of Triangle », *Cut-the-knot.org,* 2015. Sur Internet : www.cut-the-knot.org/Curriculum/Geometry/AreaOfTriangle.shtml

DAVIES, A. *Making Classroom Assessment Work*, Courtenay (C.-B.), Classroom Liens International, Inc., 2000.

DUN, S. « Welcome to Graph Mole », *FunBased Learning*, 2007. Sur Internet : http://funbasedlearning.com/algebra/graphing/points2

FRANKENSTEIN, M. « Equity in Mathematics Education: Class in the World outside the Class », *New Directions for Equity in Mathematics Education*. Cambridge, MA, Cambridge University Press, 1995.

GARDNER, H. E. *Frames of Mind: The Theory of Multiple Intelligences*, New York, NY, Basic Books, 2007.

GARNEAU, M., S. LUDWIG et J. PUSIC. *Chenelière mathématiques 7.* Toronto (Ont.), Pearson Education Canada, 2007. (n° NSSBB : 2001640)

GARNEAU, M., S. LUDWIG et J. PUSIC. *Chenelière mathématiques 7 ProGuide* [avec CD et DVD], Toronto (Ont.), Pearson Education Canada, 2007. (nº NSSBB : 2001641)

GEOGEBRA. International GeoGebra Institute, logiciel, 2013. Sur Internet : www.geogebra.org/cms/en

GINGER BOOTH. « Pattern Blocks », Ginger Booth, 2013. Sur Internet : http://gingerbooth.com/flash/patblocks/patblocks.php#.VAM4BrxdW7w

GOOGLE. « Graphique à secteurs », Google, 2015. Sur Internet : https://support.google.com/docs/answer/190718?hl=fr&rd=1

GUTSTEIN, E. « Teaching et Learning Mathematics for Social Justice in an Urban, Latino School ». *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 34, nº 1, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 2003.

HERZIG, A. « Connecting Research to Teaching: Goals for Achieving Diversity in Mathematics Classrooms », *Mathematics Teacher*, vol. 99, nº 4, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 2005.

HOPE, J. A., L. LEUTZINGER, B. REYS et R. REYS. *Mental Math in the Primary Grades*, Palo Alto, CA, Dale Seymour Publications, 1988.

HOUGHTON MIFFLIN HARCOURT SCHOOL PUBLISHERS. « iTools : Fractions », Houghton Mifflin Harcourt School Publishers, 2015. Sur Internet : www-k6.thinkcentral.com/content/hsp/math/hspmath/na/common/itools_int_9780547584997_/fractions.html

HUME, K. *Tuned Out: Engaging the 21st Century Learner,* Don Mills (Ont.), Pearson Education Canada, 2011.

INSTITUTE OF EDUCATION SCIENCES, NATIONAL CENTER FOR EDUCATION STATISTICS. « Kids' Zone, Learning with NCES: Create a Graph », Ministère de l'Éducation des États-Unis, 2015. Sur Internet : http://nces.ed.gov/nceskids/createagraph/

JOHNSTON-WILDER, S. et J. MASON. *Developing Thinking in Geometry*, Londres, Sage Publications Ltd., 2005.

KEY CURRICULUM PRESS. The Geometer's Sketchpad, Columbus, OH, McGraw-Hill Education, logiciel, 2013. (nº NSSBB : 50474, 50475, 51453)

KROON, C. « Teacher to Teacher: Playing around with Mono-pi-ly », *Mathematics Teaching in the Middle School*, vol. 11, nº 6, février 2006, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 2006, p. 294–297. Sur Internet : www.nctm.org/Publications/mathematics-teaching-in-middle-school/2006/Vol11/Issue6/Teacher-to-Teacher_-Playing-around-with-Mono-pi-ly/

LADSON-BILLINGS, G. « It Doesn't Add Up: African American Students' Mathematics Achievement », *Journal for Research in Mathematics Education,* vol. 28, nº 6, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 1997.

MANITOBA. ÉDUCATION, CITOYENNETÉ ET JEUNESSE. *Kindergarten Mathematics: Support Document for Teachers*. Winnipeg (Man.), Gouvernement du Manitoba, 2009.

——. *Kindergarten to Grade 8 Mathematics Glossary: Support Document for Teachers*, Winnipeg (Man.), Gouvernement du Manitoba, 2009.

MATH LEARNING CENTER. « Unnamed [geo-board web app] », Math Learning Center, 2013. Sur Internet : www.mathlearningcenter.org/web-apps/geoboard

MATH OPEN REFERENCE. « Angles », Math Open Reference, 2009. Sur Internet : www.mathopenref.com/tocs/anglestoc.html

——. « Area of a Triangle », Math Open Reference, 2009. Sur Internet : www.mathopenref.com/trianglearea.html.

——. « Central Angle », Math Open Reference, 2009. Sur Internet : www.mathopenref.com/circlecentral.html.

——. « Circles », », Math Open Reference, 2009. Sur Internet : www.mathopenref.com/tocs/circlestoc.html.

MATHISFUN.COM. « Symmetry Artist », MathIsFun.com, 2013. Sur Internet : www.mathsisfun.com/geometry/symmetry-artist.html

MATHPLAYGROUND.COM. « Circle Graphs », Math Playground*,* 2014*.* Sur Internet : www.mathplayground.com/piechart.html

——. « Unnamed [virtual spinner] », Math Playground, 2015. Sur Internet : www.mathplayground.com/probability.html.

MICROSOFT. « Présenter vos données dans un graphique en secteurs», Microsoft Excel, 2014. Sur Internet : https://support.office.com/fr-ca/article/Présenter-vos-données-dans-un-graphique-en-secteurs-1a5f08ae-ba40-46f2-9ed0-ff84873b7863?ui=fr-FR&rs=fr-CA&ad=CA

MUSSER, G. L., B. E. PETERSON et W. F. BURGER. *Mathematics for Elementary Teachers: A Contemporary Approach*, 7e éd, Milton, Queensland, Australie, 2006.

——. *Mathematics for Elementary Teachers: A Contemporary Approach*, 10e éd. [édition Kindle], Milton, Queensland, Australie, 2014.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS, INC. *Principles et Standards for School Mathematics*, Reston, VA, The National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 2000.

——. *Principles et Standards for School Mathematics*, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

——. *Mathematics Assessment: A Practical Handbook*, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 2001.

——. « Computation, Calculators et Common Sense: A Position of the National Council of Teachers of Mathematics », énoncé de position, mai 2005, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 2005.

——. « Adjustable Spinner », *Illuminations: Ressources for Teaching Math*, 2015. Sur Internet : http://illuminations.nctm.org/adjustablespinner

——. « Circle Grapher », *Illuminations: Ressources for Teaching Math,* 2015. Sur Internet : http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4092

——. « Discovering the Area Formula for Circles », *Illuminations: Ressources for Teachers*, National Council of Teachers of Mathematics, 2015. Sur Internet : http://illuminations.nctm.org/lesson.aspx?id=1852

——. « Equivalent Fractions », *Illuminations: Ressources for Teachers*, National Council of Teachers of Mathematics, 2015. Sur Internet : http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3510

NATIONAL LIBRARY OF VIRTUAL MANIPULATIVES. « Algebra (Grades 6–8) », Utah State University, 2015. Sur Internet : http://nlvm.usu.edu/en/nav/category_g_3_t_2.html

NEUSCHWANDER, C. *Sir Cumference et the Dragon of Pi,* St. Louis, MO, Turtleback Books, 1999.

NOUVEAU-BRUNSWICK. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Mathematics Grade 7 Curriculum*, Fredericton (N.-B.), Ministère de l'Éducation du Nouveau-Brunswick, 2008.

NOUVELLE-ÉCOSSE. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ET DU DÉVELOPPEMENT DE LA PETITE ENFANCE. « Mathematics Blackline Masters Grades P to 9, Table of Contents », Province de la Nouvelle-Écosse, 2015. Sur Internet : http://lrt.ednet.ns.ca/PD/BLM/table_of_contents.htm.

——. *L'éducation des élèves doués et le développement des talents*, Halifax (N.-É.), Province de la Nouvelle-Écosse, 2010.

NRICH ENRICHING MATHEMATICS. «Cuisenaire Environment », University of Cambridge, 2015. Sur Internet : http://nrich.maths.org/4348

——. « MATCHING FRACTIONS, DECIMALS, PERCENTAGES », UNIVERSITY OF CAMBRIDGE, 2015. SUR INTERNET : HTTP://NRICH.MATHS.ORG/1249

——. « Unnamed [interactive circular geoboard] », University of Cambridge, 2015. Sur Internet : http://nrich.maths.org/content/id/2883/circleAngles.swf

OCDE. CENTRE POUR LA RECHERCHE ET L'INNOVATION DANS L'ENSEIGNEMENT. *L'évaluation formative : pour un meilleur apprentissage dans les classes secondaires*, Paris, France, OECD Publishing, 2006.

PBS LEARNINGMEDIA. « Modelling Fractions with Cuisenaire Rods », PBS et WGBH, 2015. Sur Internet : www.pbslearningmedia.org/resource/rttt12.math.cuisenaire/modelling-fractions-with-cuisenaire-rods

PLOTTINGCOORDINATES.COM. « CoordinArt News », PlottingCoordinates.com, 2010. Sur Internet : www.plottingcoordinates.com/coordinartnews.html

POPOVICI, D. « Coordinate Plane Game », Math-Play.com, 2015. Sur Internet : www.math-play.com/coordinate-plane-game.html

PROTOCOLE DE L'OUEST ET DU NORD CANADIENS (PONC) DE COLLABORATION CONCERNANT L'ÉDUCATION. *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques M–9,* Edmonton (Alb.), Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens (PONC) de collaboration concernant l'éducation, 2006.

REED, J. « 33.01 The Coordinate Plane », *Grade 7: The Learning Equation Math,* 2000. Sur Internet : http://staff.argyll.epsb.ca/jreed/math7/strand3/3301.htm

RUBENSTEIN, R. N. « Mental Mathematics beyond the Middle School: Why? What? How? », *Mathematics Teacher*, sept. 2001, vol. 94, n° 6, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 2001.

SCWEB4FREE.COM. « Circle Graphs Game », Scweb4free, 2012. Sur Internet : www.scweb4free.com/circle.html

SHAW, J. M. et M. F. P. CLIATT. « Developing Measurement Sense », dans P.R. Trafton (dir.), *New Directions for Elementary School Mathematics*, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

SHODOR. « Circle Graph », *Interactive*, 2015. Sur Internet : www.shodor.org/interactivate/activities/CircleGraph

——. « Experimental Probability », *Interactive*, 2015 Sur Internet : www.shodor.org/interactivate/activities/ExpProbability

——. « Transmographer », *Interactive,* 2015. Sur Internet : www.shodor.org/interactivate/activities/Transmographer/

SMALL, M. *Making Math Meaningful to Canadian Students, K–8,* Toronto (Ont.), Nelson Education Ltd., 2009.

——. *Making Math Meaningful to Canadian Students, K–8*, 2e édition, Toronto (Ont.), Nelson Education Ltd., 2013.

STEEN, L. A. (dir.). *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy*, Washington, DC, National Research Council, 1990.

TATE, W. F. « Returning to the Root: A Culturally Relevant Approach to Mathematics Pedagogy », *Theory into Practice*, vol. 34, n° 3, Florence, KY, Taylor & Francis, 1995.

TERRE-NEUVE-ET-LABRADOR. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Mathematics: Grade 7,* St. John's (T.-N.-L.), Gouvernement de Terre-Neuve-et-Labrador, 2013.

UTAH STATE UNIVERSITY. « Data Analysis et Probability », National Library of Virtual Manipulatives, 2015. Sur Internet : http://nlvm.usu.edu/en/nav/topic_t_5.html

——. « Fraction Pieces », Utah State University, 2015. Sur Internet : http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_274_g_2_t_1.html?open=activities

——. « National Library of Virtual Manipulatives: Number & Operations (Grades 3–5) », Utah State University, 2015. Sur Internet : http://nlvm.usu.edu/en/nav/category_g_2_t_1.html

——. « National Library of Virtual Manipulatives », Utah State University, 2015. Sur Internet : http://nlvm.usu.edu/en/nav/vlibrary.html

——. « Unnamed [virtual spinner] », National Library of Virtual Manipulatives, 2015. Sur Internet : http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_186_g_1_t_1.html?open=activities

VAN DE WALLE, J. A. et L. H. LOVIN. *Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 3–5,* vol. 2, Boston, MA, Pearson Education, Inc., 2006a.

——. *Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8,* vol. 3, Boston, MA, Pearson Education, Inc., 2006b.

W.H. FREEMAN. « Probability [applet] », Macmillan Education, 2015. Sur Internet : http://bcs.whfreeman.com/ips4e/cat_010/applets/Probability.html

WOLFRAM DEMONSTRATIONS PROJECT. « Symbol Rotation Patterns », Wolfram Demonstrations Project et Contributors, 2015. Sur Internet : http://demonstrations.wolfram.com/SymbolRotationPatterns/